

取引価格データベースを用いた住宅価格指数

早稲田大学

大学院ファイナンス研究科教授 川口 有一郎
国際不動産研究所研究員 渡部 光章

< 概要 >

本報告では、日本の住宅市場における、同一物件の価格変化を把握するための指数の構築方法を示す。当指数は、住宅の取引価格データベースを用いて算出し、算出対象は、首都圏（1都3県）である。住宅の取引価格データは国土交通省総合政策局不動産課の管理のもと、財団法人東日本不動産流通機構の取引価格データベースから抽出した。本報告は住宅価格指数における開発研究の背景と目的、指数の構築方法、および試作した指数について報告するものである。

早稲田大学



平成 23 年 4 月

*本稿は、国土交通省総合政策局不動産課による委託調査「住宅市場動向に関する指標のあり方の検討業務報告書」（早稲田大学 2009）をもとに作成したものである。

目次

第1章 はじめに - 背景と目的 -	1
第2章 住宅価格指数の構築における基本的な考え方	3
第3章 住宅価格指数開発研究の目的	6
第4章 住宅価格指数構築の方法論	10
4.1 リポート・セールス回帰モデル	10
4.2 リポート・セールス回帰モデルの改良方法	14
4.2.1 リポート・セールス回帰モデルの変数と指数のタイプの選択(住宅価格指数と価値加重算術平均指数)	14
4.2.2 加重最小自乗法	16
4.2.3 最小二乗推定量以外の推定量	17
4.2.4 WASEDA/REINS リポート・セールス回帰モデルの検討	19
4.3 データ・フィルター	22
第5章 取引価格データベースを用いたリポート・セールス住宅価格指数の実用化	25
5.1 首都圏における住宅市場の動向	25
5.2 首都圏における都市別の住宅市場動向	26
5.3 住宅価格指数でみる日米比較 - 東証住宅価格指数と S&P/ケース・シラー住宅価格指数の比較 -	29
5.4 都市別にみる共同住宅の日米比較(参考)	32
5.5 日米における都市別の月次変動率の特徴(参考)	32
5.6 東証住宅価格指数の半期リターン(参考)	33
付録 I. Bailey, Muth and Nourse(1963)の幾何平均型リポート・セールス回帰モデル	34
付録 II. Shiller(1991)の価値加重算術平均指数	37
付録 III. 加重最小自乗法(Weighted Least Square Method, WLS)の導入	39
付録 ** 指数の更新誤差への対応(基準時点以後の指数の推定方法)	41

取引価格データベースを用いた住宅価格指数

早稲田大学国際不動産研究所

本報告は取引価格データベースを用いた住宅価格指数の開発研究の成果について報告するものである。この研究は国土交通省総合政策局不動産課による委託調査¹（2008年度）「住宅市場動向に関する指標のあり方の検討業務」において早稲田大学（国際不動産研究所）が実施したものである。本研究を進めるにあたり、不動産および住宅の価格指数に関する学界の研究者に加えて、業界各社や市場関係者等の幅広いメンバーを交えて検討を行うため、住宅価格指数検討委員会を設置した。住宅価格指数は全国を対象として研究を実施し、住宅価格指数の試作については取引価格データのアベイラビリティの観点から、首都圏（1都3県）の中古マンション市場を対象とした。本研究で試作した住宅価格指数は、国土交通省総合政策局不動産課の管理のもと、財団法人東日本不動産流通機構（東日本レインズ、以下「レインズ」と略す）の取引価格データベースから抽出したサンプルデータを用いて実施した。本報告は住宅価格指数開発研究の背景と目的、指数の構築方法、および試作した指数について報告するものである。

第1章 はじめに - 背景と目的 -

住宅価格は内需のパロメータである。住宅の価格の上昇がなければ、内需の柱である個人消費を刺激することは難しい。住宅価格の下落は、住宅投資の低迷を意味するばかりでなく、資産効果による個人消費の浮揚を抑制する。特に90年代以降、わが国の既存住宅価格は日本の株価の底値（の包絡線）となっている。そのため住宅価格が下落することは、この関係を通じて株価低迷の原因ともなる。また、それが個人消費を抑制する。こうした観点から、内需のパロメータとしての住宅価格の変化をモニタリング（追跡）することが重要である。

また、既存住宅の価格は住宅ストックの価格変動を知る上で必要不可欠な情報である。わが国の戦後の住宅政策は専ら新規住宅建設（フロー）重視でやってきたが、近年は既存の住宅投資やその価値の向上（ストック）も重視するというふうに政策転換が図られつつある。そこでは、既存の住宅の価値および住宅の家賃水準（住宅のファンダメンタルズ）の変化に関する情報を共有することの重要性が、富に高まっている。既存住宅の価格指数などの情報インフラが既存住宅流通市場の整備・活性化を推進するための基礎をなすからである。

ところで、米国ではこうしたニーズを満たす住宅価格指数が古くから継続的に提供されてきた。米国の住宅価格指数は取引価格（成約価格）を用いて作成されている。また、この住宅価格指数は、複数回売買された同一物件の取引価格の変化を統計的に処理して算出される（こうした住宅価格指数の算出方法を「リピート・セールス法」と言う）。住宅は個

¹ この報告の詳細については、国土交通省総合政策局不動産課委託調査『住宅市場動向に関する指標のあり方の検討業務報告書』（早稲田大学 2009）を参照のこと。

別性が高いので住宅価格の変化を追跡するためには同一物件の価格変化を把握することが容易でありかつ間違いも少ない。また、株価指数もリピート・セールス価格指数であることから一般にも理解しやすい。そのため、古くから既存住宅の流通市場がよく整備されてきた米国の住宅市場ではリピート・セールス法による住宅価格指数が採用されてきた。

また、米国では自治体などの公的主体が公開する住宅の成約価格データを利用して、大学の研究者と民間の格付け機関が共同でリピート・セールス住宅価格指数を開発し公表しているケースもある。スタンダード・アンド・プアーズ/ケース・シラー住宅価格指数(以下「ケース・シラー住宅価格指数」)はその代表例である。ケース・シラー住宅価格指数は、日本の経済新聞でも、たびたび紹介されるほど一般に普及・浸透している。この指数は 2 ヶ月のタイムラグをもって月次で公表される。そのため、米国の国民や世界の人々が米国の住宅の取引価格の動きを月次で知ることができる。また、この住宅価格指数は、S&P500 指数などの株価指数とも比較が容易である。そのように設計されている。これは、住宅価格指数が社会的な情報インフラとして受け入れられる一つの条件である。そうしたこともあって、ケース・シラー住宅価格指数先物が 2006 年には米国シカゴ商業取引所に上場されている。

一方、わが国ではリピート・セールス住宅価格指数の開発およびその実務への提供について遅れをとってきた。その一つの理由は、わが国の既存の住宅流通市場に厚みがなかったことである。米国の住宅市場では、既存住宅流通のシェアが 75%であり新築建設を圧倒している。日本の既存住宅流通のシェアは 13%と、米国のそれに比べると極めて低い。そこには、両国の国民性やライフスタイルなどの違いが影響している。また、住宅価格を構成する土地と建物の価格の構成比も異なり、日本の建物の寿命が短いことなどが指摘されている。しかし、1995 年以降わが国では住宅需要が成熟化する一方で住宅のストック化が進行している。そこでは、新築住宅が減少する一方で既存住宅の流通が増加する傾向も見られる。

また幸いなことに日本では、例えばレイنزのようにコンピュータ・システム上で住宅・不動産の流通を支援するシステムが良く整備されている。筆者らの調査によれば我が国のレイنزのような不動産流通機構の仕組みは海外では存在しない(例えば、ケース・シラー住宅価格指数の作成に用いるデータは帳票から手作業で入力している)。近年、米国でも不動産取引価格データの数値化・データベース化が急速に進められている。例えば、米国リアル・キャピタル・アナリティクス社は世界中の不動産の取引価格データベースを構築している。また、米国マサチューセッツ工科大学の不動産研究所では、このデータベースを用いて独自のリピート・セールス不動産価格指数を開発し、米国ムーディーズ社から提供されるに至っている。

2008 年度に、筆者らは国土交通省総合政策局不動産課から、上記で述べたような取引価格データベースを用いたリピート・セールス住宅価格指数の研究開発の委託調査(競争入札)を得た。そこでの一つのリクエストは、この住宅価格指数の開発研究は学術研究の

成果を踏まえつつも、学術研究ではなく実用的な住宅価格指数開発のためのデ・ノボ(de novo)な貢献を指向することであった。本研究を進めるにあたり、不動産および住宅の価格指数に関する学界の研究者に加えて、業界各社や市場関係者等の幅広いメンバーを交えて検討を行うため、住宅価格指数検討委員会を設置し、住宅価格指数の望ましい構築方法を明らかにするとともに、実際に住宅価格を試作しその有効性を明らかにした。

第2章 住宅価格指数の構築における基本的な考え方

住宅価格を株価や債券の価格と比較可能な方法でかつリアルタイムでモニタリングすることは長くにわたってアカデミックな研究や不動産の実務家にとっての目標とされてきた。そうしたことを阻んできた基本的な課題は住宅の価格は、株式市場のような公開の取引所で決まるのではなく、私的な相対取引や入札によって価格が決まる点にある。また、不動産は、株式のように定期的に売買されるものではなく、不定期にしか売買されず、その頻度も少ない。そうした非流動的な住宅の価格指数を作成するにあたって、各期で売買される物件の価格（坪価格など）を単純に平均したものを価格指数としても、それは良い住宅価格指数とはならない。こうした住宅の単純平均価格指数は実際の住宅価格の変化とは異なるからである²。

- ・ 去年売買された物件と今年に売買される物件は異なるので単純な平均価格をもって去年の住宅価格と今年の住宅価格を比較してもそれは同じものを比較していることにはならない。

- ・ 去年取引された物件の品質（例えば、面積や駅距離など）の平均は今年取引される物件の品質の平均とは異なる。例えば、去年の平均坪単価が150万円、今年平均坪単価が165万円であるからと言って、去年から今年にかけて住宅価格が10%上昇（ $= (165-150)/150$ ）したと言うのは間違いである。それは住宅価格が10%上昇したのではなく、今年売買された物件の品質が10%だけ去年売買された物件の品質よりも高い可能性もあるからである。

- ・ 売買される物件の品質の変化がランダムな場合、この平均価格指数には追加的なノイズが入り込む。

- ・ 一方、売買される物件の品質の変化にある一定の傾向がある場合、この平均価格指数はバイアスをもつことになる。

以上のことから、住宅価格の変動をモニタリングするために単純な平均単価を用いた住宅価格指数は歪み（バイアス）と誤差（ノイズ）の問題を抱えるので正しい価格指数にはならない。また、これらの歪みと誤差はやっかいなものであり、平均単価指数から正しい価格指数に修正することができない（これはリスクを不確実性に変えてしまう。リスクは定量化が可能だが不確実性はそうではない。）。ということで、多くの住宅・不動産の研

² 以下、Geltner and Pollakowski (2006) A Set of Indexes for Trading Commercial Real Estate Based on the Real Capital Analytics Transaction Prices Database, MIT/CRE.を参考としている。

究者は住宅価格の変動をモニタリングするための価格指数として単純な平均単価指数を採用することはない。

住宅の単純な平均単価指数に代えて、よく用いられる住宅価格指数は不動産鑑定評価のデータを用いて作成したものである。例えば、社団法人不動産証券化協会（ARES）のJリート・プロパティ・インデックスの賃貸住宅の価格指数がその例である。Jリートは保有する物件を定期的に不動産鑑定評価しなければならない。ARESの賃貸住宅価格指数はそうした鑑定評価データを用いて作成したものである。この価格指数は単純平均単価指数とは異なり、同一物件の価格変化をモニタリングすることが可能である（同一物件を決算期ごとに鑑定評価を実施している）。こうした鑑定評価ベースの価格指数は実務上の有効性を有している。例えば、不動産投資マネージャーの投資パフォーマンスを測定するためのベンチマーキングなどに利用可能である。しかしながら、不動産鑑定評価そのもののバイアスが存在することなどの理由から、不動産鑑定士の意見（評価）ではなく客観的な取引価格データに裏付けられた住宅価格指数へのニーズは大きい。

住宅や不動産の取引価格データを用いた価格指数に関する研究の歴史は古い。より良い価格指数やその構築方法が追求されてきた。そこでは、統計の回帰分析モデルを用いて、不動産の個別性の違いを制御しながらランダムな誤差を最小化し、適切な住宅価格の変動を抽出する努力がなされてきた。ここには、次の二つのアプローチがある。

一つのアプローチは「ヘドニック」回帰によるものである。この方法において、住宅の価格は、立地、築年数、広さ、構造のタイプ、近隣の状況、および売買当事者のタイプなどの「品質」（ヘドニック特性）の束を反映したものと考える。原理的には、こうした回帰モデルが住宅の価値に影響を与えるすべての要因を十分に捉えている場合、物件の個別性を制御することが可能である。また、こうして作成した指数を用いて、「代表的な物件」あるいは「代表的な取引」の価格の変化をモニタリングすることが可能となる（この指数の特徴は「品質を調整した物件の平均価格の変化」を捉えるところにある）。日本では、取引データを用いたヘドニックタイプの住宅価格指数として「東京マンション流通価格指数」（財団法人日本総合研究所、2002年4月）がある。

ヘドニック回帰型指数の実用化における最大の課題は、物件の品質調整の方法（ヘドニック変数の選択、その関数形、および回帰係数の時間変化など）に関してのベスト・プラクティスについて、統一見解がなく研究者間でも合意が得られていないことである。住宅や不動産の「個別性とは何か？」についての解釈は人さまざまであり、研究者間でさえ合意を得ることは困難である³。物件の個別性にかかわる品質調整の柔軟性というヘドニック・アプローチの長所が、逆に実用化において無視することのできない隘路となっていると言えよう。

³ 例えば、住宅・不動産のヘドニック・アプローチに関する最近の研究では、売買当事者の情報、あるいは近隣の他の住宅価格の外部性などが価格指数の推定精度に大きな影響をもたらすことが指摘されている。

住宅価格指数の実用化において、ヘドニック回帰アプローチよりもより広く採用されている別のアプローチがある。「リピート・セールス回帰」(repeat-sales regression, RSR)として知られる技術である。リピート・セールス法による価格指数は、過去に少なくとも2回以上取引された物件だけを集めて推定(回帰)を行う。ヘドニック・アプローチが仮想的な物件(代表的な物件)の価格の変化を統計的に推定するのに対して、リピート・セールス法では同一物件の実際の価格変化を直接計算する。また、リピート・セールス法における回帰分析の利用方法もヘドニック・アプローチとは異なる。ヘドニック・アプローチでは、異なる物件の価格を仮想的な物件(代表的な物件)の価格に変換(品質調整)するために回帰分析を用いる。一方、リピート・セールス法では同一物件の実際の価格変化を市場全体で平均するために、各期の価格変化に最適な重みづけをするために回帰分析を用いる(ここで、「最適」とはエコノメトリックスの原則に基づく厳密な作法で定義される)。そのため、リピート・セールス法は「同一物件価格変化指数」(“same-property price-change index”.)とも呼ばれている。このことはリピート・セールス価格指数が株価指数と基本的に比較可能であることを意味している。株価指数も同一銘柄の価格変化を示すからである。

米国では、スタンダード・アンド・プアーズ社のケース・シラー住宅価格指数、およびFederal Housing Finance Agency⁴の住宅ローンのデータ等から推定したHousing Price Indexなどが実用化されており、リピート・セールス価格指数は比較的長い歴史を持っている。日本では、これまでリピート・セールス法による住宅価格指数は存在しなかった。その最大の理由は、冒頭に述べたように、米国ほどには既存住宅流通市場の厚みがなく、短期転売事例を除けば、住宅価格指数を推定するのに必要なリピート・セールス価格データが集められないのではないかと考えられていたからである。しかし、レインズのデータベースの中には、短期転売事例を除いても、上記の米国と同程度の精度を有する住宅価格指数を推定できるだけの再販価格データが蓄積されていることが分かってきた。

リピート・セールス法の実用化における最大の課題は、上記で述べたように、リピート・セールス価格データが十分な数だけ揃うか、というものである。しかし、推定に必要なデータ数を確保できれば、同一物件価格変化指数であるがゆえに、価格変化の計算は単に引き算するだけである。ヘドニック・アプローチのような価格変化の計算方法(つまり、品質調整の方法)について関係者で合意する必要はない⁵。ただし、各物件の価格変化を市場全体で平均する場合、どのような平均計算を用いるべきかについては、研究者の間で意見が異なる。それでも、算術平均か幾何平均かという二者択一の問題であり、かつ住宅の幾何平均価格指数はその算術平均価格指数に比べて下方バイアスがあることはよく知られている⁶。

⁴ 旧 Office of Federal Housing Enterprise Oversight (OFHEO)

⁵ 住宅は物的資産であるため経年とともに物理的に劣化する、また、会計上は減価する。これはリピート・セールス価格指数の一つの課題である。しかし、実際の住宅価格の経年変化がこれらと同様かというところではない。また、この効果を調整することも可能である。

⁶ 世界で最もよく知られていてかつ実務でもよく利用されている住宅価格指数は米国スタ

本研究では、以上の基本的な考え方に基づき、また、日本には米国、香港などと「リングとリング」の比較ができる住宅価格指数がないことを踏まえて、リピート・セールス法による住宅価格指数の実用化について検討する⁷。

第3章 住宅価格指数開発研究の目的

本研究開発プロジェクトの目的は、米国の住宅価格指数に追いつくことである。日本に存在しかつ数値データベースとして蓄積されている住宅の取引価格データを活用して、米国の住宅価格指数と肩を並べることができる日本のリピート・セールス住宅価格指数を実際に作成することを目的とする。

また、そうすることで、日本の住宅市場や不動産市場の透明性の向上に寄与すること、消費者が安心して既存住宅を購入でき、売買希望者がこれまで以上に高い頻度で物件を売り買いできる機会を増やすことも目論む。さらに、本研究で作成する指数を活用することにより、既存住宅価格の市場動向の評価・分析を可能とし、住宅流通市場の活性化に資することも目指したい。例えば、住宅の購入希望者においては、購入時期、購入価格等を検討する際の基礎資料や、自己が保有する不動産を有効活用する、あるいは金融資産を有用する際の基礎資料として利用できるであろう。さらに、不動産デベロッパーや流通事業者においても、事業計画策定・マーケティング活動、顧客（売り主・買い主）に対する不動産価格情報の提供の際の参考情報となることが考えられる。本研究で開発する住宅価格指数はこのような多目的な利用も視野に入れている。住宅の価格変動や住宅ローンの価格変動についてリスクを負う家計と企業に対する多様な情報提供サービスおよび住宅や住宅ローンに関連した契約の決済への利用を通じて、わが国の既存住宅流通市場が活性化されることを願うものである。

ンダード・アンド・プアーズ/ケース・シラー住宅価格指数であろう。この指数はリピート・セールス法によるものであり、Yale大学のShiller教授の研究論文（1991年、1993年）で提案されている算術平均型リピート・セールス法がベースになっている。そのため、この指数のグラフを描いたとき、幾何平均価格指数のグラフよりも下にくることはありえない。なお、米国スタンダード・アンド・プアーズ社のこの指数の名称が「ケース・シラー」となっているのでこの指数の作成方法がCase and Shiller(1987, 1989)をベースにしていると誤解する人が多いので注意されたい。

⁷ 米国では住宅および商業用不動産の価格指数の実用化において、大学の研究者が中心となって行っている。例えば、スタンダード・アンド・プアーズの住宅価格指数はYale大学のShiller教授ら、また、ムーディーズの商業用不動産価格指数はMITのGeltner教授ら。彼らはリピート・セールス法を採用している。アジアでは香港大学で同様の実用化が図られている。一方、EUでは米国やアジアほどには住宅価格指数の実用化が進んでいない。近年、EUでも住宅価格指数の実用化の準備が進められているが、EUではどちらかと言えば、ヘドニック・アプローチを指向する傾向にある。

以上のことから、本プロジェクトは学術研究を目的としていない。日本の住宅市場において上記の意味で利用可能な実用品を開発するためのデ・ノボ (de novo) な試みである。この目的を念頭においてより具体的な目的を設定する。これは、本研究における指数開発プロセスが本稿の第 1 章で紹介した住宅価格指数検討委員会の委員と我々の研究チームとの共同作業を前提としていることによるものである。

(1) 適切な標本を用いること

住宅価格指数の開発に用いるデータは成約価格データを用いること、また各物件の価格変動の大部分を市場のトレンドが占めること。例えば、取引が家族や親族あるいは利害関係人の間で行われる場合の価格は市場のトレンドから乖離する、あるいはリフォームや物理的に劣化した物件の価格も市場トレンドからは大きく乖離するのが一般である。こうした市場トレンドから一定以上乖離するデータはふるいにかけて標本に混入しないようにする。これを「フィルター」(選別)と呼んでいる。フィルターとは、市場のトレンドから乖離する不適切なデータを選別するためのルールである。所与の成約価格データのすべてを指数算出に用いるのではなく、標本の適切性を担保しうするためには選別のルールが適切かどうか問われる。標本が異なれば推定される指数の値も異なる。そのため、こうしたデータ・フィルター・ルールの設計は、住宅価格指数算出の生命線とも言える。ただし、フィルターを設けても、異常値(外れ値)が通過してしまう可能性もある。こうした外れ値は標本の作成段階には発見することができない。そのため、後述の「指数の精確さ」において対応を取ることになる。

(2) 同一物件価格変化(リピート・セールス)指数を作成すること

早稲田大学(2009)では、レイنزの取引価格データベースを用いて、ヘドニック・アプローチによる指数とリピート・セールス法による指数を開発して比較した。この比較は研究の目的そのものを確認するためのものでもあるが、その結果、上記ですでに述べた理由により、リピート・セールス法による指数を採用することとした。特に、リピート・セールス法による指数は同一物件価格変化指数であることから、実務の人々にも理解しやすい。また、ヘドニック・アプローチで議論になるような、ヘドニック変数としてどんな変数を選択すべきか? 計算に組み入れるべき変数はデータとして入手可能かどうか? および代表的な物件をどのように定義するか? といったヘドニック関数の特定化の問題を回避することができる。

(3) 住宅価格指数の精度を確保すること

リピート・セールス価格指数の精度は主に次の 6 つの要素によって決まる。 指数算式の選択(算術平均とするか幾何平均とするか)、 回帰モデルの選択(説明変数および攪乱項などにどのようなものを採用するか)、 推定方法の選択(推定量として何を選ぶか)

物件の価格変動の個別性への対応（保有期間の違いによる誤差項の不均一分散など）、標本選択によるバイアスへの対応、および標本規模によるノイズへの影響である。これらの設計変数の組み合わせによってリピート・セールス価格指数の複数の候補を作成し、精度の比較検討を行う。また、そこでは指数の精度の向上についても検討する。多重共線性の問題を気にしなくてもよいこと、指数がバイアスをもっていないこと、標準誤差が十分に小さいこと、およびトラッキング・エラーも十分に小さいことといった観点から指数の精度向上を図る。

（４）指数の信頼性を確保すること

指数の信頼性とは、人々が安心して指数を利用できることである。指数の信頼性は次の3つからなる。安定性、一貫性、および識別性である。指数の信頼性と指数の精確さを区別することは重要である（しばしば、両者を混同した議論が見受けられる）。指数の精確さは、どちらかと言えば、技術的な側面が強い。これに対して指数の信頼性は、指数の権利、算出、および公表の仕組み、それぞれの主体の権利および義務の関係など、仕組みと組織に関する要件である。安定性は、指数を安定・継続的に算出・公表される組織となっているかどうか、といった要件である。また、関連する主体に倒産やM&Aなどのイベントが生じた場合にも指数が安定・継続的に算出・配信される仕組みが担保されているか、といったことも含まれる。

一貫性の要件は、株価指数では一般に指数の連続性として知られている。指数の提供者による指数構成銘柄の調整および採用指数算式の変更によって指数の連続性が維持できない場合、一貫性が劣る、ということになる。住宅価格指数の場合にも株価指数同様の一貫性の要件が課される。しかし、株価とは異なり、住宅の成約価格は非開示が原則である。住宅価格指数算出のための成約価格データベースは守秘義務などの条件から、ごく一部の関係者以外はアクセスできない。これは守秘義務の観点からは望ましいが、外部の第三者が、指数算出のプロセスを詳細に監視することができない。価格指数はどのような標本を用いるかによって指数値は変化する。仮に、指数算出の過程において、標本を自由に変更できるような、そういう組織や仕組みになっている場合、住宅価格指数の等質性、つまり一貫性（consistency）、連続性が担保されない。

（５）指数の有用性を考慮すること

指数の有用性(availability)とは、住宅や住宅ローンの価格変動のリスクを負う多くの人々に頻繁に利用されることを要請するものである。頻度は高いほど指数の有用性は高まる。住宅価格指数は月次単位が一つの標準となる。言うまでもなく、住宅価格指数は全地域を網羅するのが望ましい。しかし、そこには制約がある。まず、住宅の成約価格データを利用できる地域に限定されることである。一般に指数作成のために現行の成約価格の調査を大幅に変更することは不可能である。一部の地方都市のように、既存住宅の流通が極めて

少ない地域では単独で指数を作成することができない。また、多目的利用（中古住宅流通支援、住宅建設企画、住宅ローン融資および関連業務支援、住宅ローン関連金融商品の投資分析、政策と規制の検討、および指数取引など）の可能性も追求する。最後に、物価指数が年金支給額の決定に利用され、株価指数そのものが先物市場で取引されるように、住宅価格指数が契約の決済へ利用されることは、住宅価格指数の社会的なインフラとしての役割を果たすという観点からも望ましい。

（6）指数の更新誤差に対応すること

月数が進むごとに再販価格をもつ物件数が追加される。物件がデータベースに新たに追加されるとリピート・セールス価格指数は過去に推定した指数の値が若干変化する。これは原理的なものであるので実用的な指数の設計において考慮しなければならない。ここでの選択肢（考え方）は二つある。一つは、毎月過去に遡って指数を更新する方法である。これは学術研究のアプローチと同じものである。そこでは、どのくらい過去に遡るかということも検討する必要がある。時点によって更新すべき値の幅が異なり、遠すぎる過去に遡っても実用上の意味がない場合もある⁸。一方、過去の指数については遡って更新しないというアプローチもある。例えば、米国MITの商業用不動産価格指数がこの例である。この指数は不動産デリバティブ（指数取引）に利用されることを目的としているため、学術的な観点よりも実用的な観点から過去に遡った更新をあえてしていない。不動産の投資家の意思決定はそのときどきで実現される価格変化の情報を用いて行われているので価格指数の値は各時点で固定してもよいという考え方に基づいている。本プロジェクトでは住宅価格の実際の変動をモニタリングすることを目的としていることから前者のアプローチを採用することとする。

⁸ 米国スタンダード・アンド・プアーズ社のケース・シラー住宅価格指数では更新の期間を直近から2年前まで遡ることとしている。

第4章 住宅価格指数構築の方法論

本章ではリピート・セールス住宅価格指数の作成方法の詳細について述べる。まず、簡単な計算例を用いてリピート・セールス回帰モデルについて説明する。次に、リピート・セールス回帰モデルの改良方法を示す。最後に、データ・フィルターの作成方法について述べる。

4.1 リピート・セールス回帰モデル

(1) 住宅の非流動性と回帰モデルの必要性

住宅は株式に比べて非流動的である。そのため、住宅価格は定点観測することが不可能である。このことが日々取引価格を観測可能な株価を前提とした株価指数に比べて住宅価格指数の計算を難しくしている。図表 4.1.1 に示すように、住宅のリピート・セールス価格データのセットが株価のように揃わないから、価格指数の計算に際しては一工夫必要である。例えば、図表 4.1.1 において各時点の住宅価格の総額を計算するためのデータが不足している。時点 0 において物件 1、物件 2、および物件 6 の成約価格データが無い（図では「n.a.」と表示）。データがないのは、その時点で物件 1、物件 2、および物件 6 が売買されなかったからである。時点 1 においては、物件 4 が取引されていない。また、時点 2 においては、物件 3、物件 5、および物件 6 の価格データがない。

住宅の再販価格データベース
(不完全なリピート・セールスデータ)

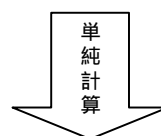
成約価格 (百万円)	時点0 (基準時)	時点1	時点2
物件1	n.a.	20	22
物件2	n.a.	30	34
物件3	40	42	n.a.
物件4	50	n.a.	62
物件5	60	68	n.a.
物件6	n.a.	56	n.a.

株式の再販価格データベース
(完全なリピート・セールスデータ)

取引価格 (百万円)	時点0 (基準時)	時点1	時点2
銘柄1	18	20	22
銘柄2	27	30	34
銘柄3	40	42	49
銘柄4	50	55	62
銘柄5	60	68	74
銘柄6	51	56	63
合計	246	271	304



住宅価格 指数 (時点0=100)	100	110	124
-------------------------	-----	-----	-----



株価指数 (時点0=100)	100	110 (=100*271/ 246)	124 (=100*304/ 246)
-------------------	-----	---------------------------	---------------------------

(住宅価格指数は回帰モデルの係数の推定値として求める：左側の図)

注) リピート・セールス指数は再販価格データ(上記物件 1~物件 5)を用いて推定する。

1 回のみ取引価格(上記物件 6)は指数の推定には寄与しない。

図表 4.1.1 住宅価格指数と株価指数の違い(イメージ)

株式市場では、図表 4.1.1 (右図) のように、価格指数算出のための完全なリピート・セールスデータを利用することができる。そのため、単純な計算により価格指数を計算することができる。これに対して、住宅価格指数の算出においては、売買が行われなかった物件があるので統計的手法を用いて推定しなければならない。そこでは、住宅の取引価格データを従属変数とし、その取引価格のペアとなっている相手方の再販価格データを説明変数⁹として回帰分析を行う。そうして求められる回帰係数から住宅価格指数を求める (図表 4.1.2)。

同一物件の住宅価格を用いて価格変化を推定する

住宅の再販価格データベース (不完全なリピート・セールスデータ)

成約価格 (百万円)	時点0 (基準時)	時点1	時点2
物件1	<i>n.a</i>	20	22
物件2	<i>n.a</i>	30	34
物件3	40	42	<i>n.a</i>
物件4	50	<i>n.a</i>	62
物件5	60	68	<i>n.a</i>
物件6	<i>n.a</i>	56	<i>n.a</i>

回帰分析用のデータセット

成約価格 (百万円)	時点0 (基準時)	時点1	時点2
物件1	0	-20	22
物件2	0	-30	34
物件3	40	42	0
物件4	50	0	62
物件5	60	68	0

価値加重された価格変化(算術平均)を計算

$$\text{指数1(時点1)} = \frac{20+30+42+68}{18+27+40+60} = \frac{160}{145} = 1.10 \quad (1)$$

$$\text{指数2(時点2)} = \frac{22+34+62}{18+27+50} = \frac{118}{95} = 1.24 \quad (2)$$

図表 4.1.2 住宅価格指数の算出 (イメージ)

(2) リピート・セールス回帰モデル

簡単な数値例を用いてリピート・セールス法の考え方を示す。いま、図表 4.1.3 の住宅取引価格データベースがあるとすると、ここでは、住宅 A は 2006 年末に購入され、2008 年末に売却されたとする。同様に、住宅 B は 2007 年末に購入され、2008 年末に売却されたと考える。

図表 4.1.3 住宅取引価格データベースの例

	2006 年	2007 年	2008 年
住宅 A	3000 万円	データなし	3300 万円
住宅 B	データなし	3500 万円	3500 万円

⁹ 実際には、操作変数も利用する。図表 4.1.2 はイメージであることに留意。推定方法の詳細については、付録 II. Shiller(1991)の価値加重算術平均指数を参照のこと。

このデータからリピート・セールス価格指数を作成する。まず、価格指数の基準となる時点を 2006 年とする。また、後の計算を容易にするために価格データを自然対数変換する（図表 4.1.4）

図表 4.1.4 住宅取引価格データベースの例

	基準時点 (0)	1 年目	2 年目
住宅	$\log 3000$		$\log 3300$
住宅		$\log 3500$	$\log 3500$

いま、図表 4.1.4 の対数価格を用いて、住宅 I については基準時点から 2 年目の価格変化（対数価格差）を計算することができる。 $0.095(\log 3300 - \log 3000)$ となる。また、同様に住宅 II については 1 年目から 2 年目の価格変化は $0 (= \log 3500 - \log 3500)$ である。これらの価格変化をまとめると図表 4.1.5 になる。

図表 4.1.5 住宅取引価格データベースの例

	基準時点 (0)	1 年目	2 年目
住宅	0		+ 0.095
住宅		0	0

図表 4.1.5 には 2 つの住宅の価格変化が示されている。ところが、これらの価格変化は同一物件のものであるから、図表 4.1.5 に示される価格変化は物件の品質が調整されたものと考えることができる（これが、同一物件価格変化指数 = リピート・セールス価格指数という所以である）。つまり、図表 4.1.5 に示される価格変化はこの住宅市場全体の価格変化だと考えてよい。

ところで、0 年から 1 年目までの価格変化を b_{01} 、0 年から 2 年目までの価格変化を b_{02} 、および 1 年目から 2 年目までの価格変化を b_{12} とすると、図表 4.1.5 から、 $b_{02} = +0.095$ 、 $b_{12} = 0$ である。 $b_{01} = b_{02} - b_{12}$ であるので、結局 $b_{01} = +0.095$ と求められる。

いま、基準年の住宅価格指数の値を 0 としているので、1 年目は前年（つまり基準年）に比べて +0.095 の上昇であるから、1 年目の価格指数（1） $= 0 + 0.095 = 0.095$ となる。また、2 年目の価格指数（2） $= 0.095 + 0 = 0.095$ であることから、住宅価格指数が求まる。

ただし、ここでの価格指数は対数値である。我々が求めたいのは真数としての価格指数なので指数関数で変換したものを価格指数とする。つまり、

$$e^{\beta 2007} = 1.1, \quad e^{\beta 2008} = 1.1 \quad (3)$$

となる。

また、基準時点の価格指数を 100 とすると、1 年目の価格指数は 110、2 年目も同じく 110 となる。つまり、この住宅市場では、1 年目に 10% の価格上昇、2 年目の価格変化は 0% となる。Bailey, Muth and Nourse(1963)はこの計算を工夫して回帰分析によって価格指数(

1 や 2) を求める方法を考え出した¹⁰。まず、回帰分析の準備として、取引の「ダミー変数」を導入する。ここでのダミー変数は、-1, 0, 1 の 3 つの値のいずれかをとるものとする。そのルールは、その期に取引がなければダミー変数の値は 0、また、取引があればその期のダミー変数は 1 を割り当てる。また、その取引が 1 回目であればダミー変数の値は -1 をとるものとする。このケースでは、図表 4.1.6 のようにダミー変数が設定される。

図表 4.1.6 取引のダミー変数

	2007 年	2008 年
住宅	0	1
住宅	- 1	1

いま、2007 年の未知の価格指数を β_{2007} 、2008 年の未知の価格指数を β_{2008} と表す。図表 4.1.5 と図表 4.1.6 のデータとの関係から、次の連立方程式が成立する。

$$\begin{aligned} \beta_{2007} \times 0 + \beta_{2008} \times 1 &= 0.095 \\ \beta_{2007} \times (-1) + \beta_{2008} \times 1 &= 0 \end{aligned} \quad (4)$$

この連立方程式を解いて、 $\beta_{2007} = 0.095$ 及び $\beta_{2008} = 0.095$ と求まる。この結果は上記で求めた住宅価格指数（対数値）と同じである。Bailey, Muth and Nourse(1963)はこの計算方法を次のように一般化した¹¹。

$$\ln P_{i,t_2} - \ln P_{i,t_1} = \sum_{t=1}^T (\ln MR_t \times D_{i,t}) + \ln \omega_i \quad (5)$$

ただし、ここで、t 期における不動産 i のダミー変数 $D_{i,t}$ は、 t_1 において -1、 t_2 において 1、その他の期において 0 をとる。また、上記の式は $\ln MR_t$ を推定パラメータ、 $\ln \omega_i$ を平均 0、分散一定のランダムな誤差項（物件の個別性によるノイズ）と仮定して、線形回帰モデルとして解釈すると推定が可能である。したがって、 $\ln MR_t$ を推定パラメータ β_t と置き換えると、0 時点から t 期までの不動産市場全体のグロスの収益率の推定値は、

$$MR_t = e^{\beta_t} \quad (6)$$

となる。したがって、任意に設定した基準時点における価格を P_B とするならば、t 期における価格は、

¹⁰ Bailey, Martin J., Muth, Richard F. and Nourse, Hugh O., “A Regression Method for Real Estate Price Index Construction,” Journal of the American Statistical Association, December 1963, 58, 933-42.

¹¹ 付録 I. Bailey, Muth and Nourse(1963)の幾何平均型リピート・セールス回帰モデルに詳細を示す。

$$P_t = P_B e^{\beta_t - \beta_B} \quad (7)$$

となる。この変換に基づいて、基準時点の価格を 100 とすることで、リピート・セールス回帰に基づくインデックスの推定が可能となる。

以上より、「対数価格差」を被説明変数、「各期のダミー変数」を説明変数とし、定数項なしの回帰分析をすることにより、推定パラメータとして「基準時点と取引時点の間に発生したグロスの変化率の対数値」が求められる。推定パラメータを指数変換し、基準時点の価格に乗じていくことによって価格(あるいはインデックス)が求められる。これがリピート・セールス法の基本的な考え方である。

4.2 リピート・セールス回帰モデルの改良方法

前節で紹介した Bailey, Muth and Nourse(1963)のリピート・セールス回帰モデル以来、さまざまな改良が加えられてきた。指数作成のためのデータベースを所与とする場合、リピート・セールス回帰モデルの改良という問題の本質はリピート・セールス法のための回帰モデルの設計におけるベスト・プラクティスは何か?ということである。上記の簡単な計算例で理解したように、リピート・セールス住宅価格指数は、この回帰モデルの回帰係数として求められる。従って、求められた指数が望ましいものであるかどうかは、回帰モデルの母回帰係数に対して、例えば、最良不偏推定量であるかどうか判断基準となる。また、ここでの設計変数には 2 つある。一つは、回帰モデルの被説明変数の選択であり、もう一つは推定量の選択である。

4.2.1 リピート・セールス回帰モデルの変数と指数のタイプの選択 (住宅価格指数と価値加重算術平均指数)

リピート・セールス回帰モデルの変数の選択問題は、被説明変数およびダミー変数として何を選ぶかという問題である。被説明変数には 2 種類ある。一つは対数収益率を被説明変数とするものであり、もう一つは住宅価格をそのまま被説明変数として選ぶ方式である。前節の計算例の回帰モデルは前者(対数収益率)であった。この場合、ダミー変数は、-1、0、1 の 3 つの値が割り当てられた。これに対して、住宅価格の水準そのものを被説明変数として選択する場合、回帰モデルの説明変数にも住宅価格そのものを用いる(これを住宅価格(ダミー)変数と呼ぶ)。

リピート・セールス回帰モデルにおける被説明変数の選択は推定される指数のバイアスに大きな影響をもたらす。まず、対数収益率を被説明変数として用いる場合、価格指数は「幾何平均型指数」となる。一方、被説明変数に住宅価格そのものを用いると「算術平均型指数」を作成することができる。幾何平均方式は算術平均方式に比べて下方バイアスとなる。その理由は次の通り。まず、ジェンセンの不等式により幾何平均の値は算術平均(Arithmetic average)の値以下であること。一方、住宅価格指数により表そうとしているも

のは、個別の住宅価格（あるいは価格変化）の平均、すなわち算術平均である¹²。したがって、住宅価格指数の算出において、幾何平均指数は算術平均指数に対して下方バイアスを持つ。そのため、算術平均方式が望ましい（被説明変数としては住宅価格そのものが望ましい）。それでも、幾何平均方式（対数収益率を被説明変数）を採用する場合にはこのバイアスへの対応が求められることになる。

算術平均方式の住宅価格指数の利点は、幾何平均方式がもつ下方バイアスを解消することにある。これに加えて、算術平均型リピート・セールス価格指数は、二時点間で売買された住宅価値総額の価格変化として算出されるという特徴がある¹³。また、株式指数の多くは、価値を加重とした算術平均型のリピート・セールス方式を採用している。価格指数には、市場全体の価値の平均的な変化を把握すること、および指数対象銘柄で構成されるポートフォリオの価値を複製するという 2 つの機能がある。算術平均方式と価値加重方式はそうした 2 つの価格指数の機能からみても望ましい。

ところで、幾何平均方式（被説明変数として対数収益率を選択する）の場合には、先に述べたように、説明変数として「取引時点ダミー」（-1, 0, 1 の 3 つの値をとる）を選択することになる。特に、説明変数が 0 と 1 のダミー変数だけからなる場合¹⁴、かつ 0 と 1 の数値がそれぞれ連続してクラスター状になる場合、「多重共線性」¹⁵（説明変数が互いに高い相関を示す）の問題を無視できない。回帰係数の推定値（つまり、価格指数）の分散が大きくなり価格指数は有意に推定されなくなる。価格指数の回帰モデルにおいて、変数間に完全な線形関係が存在するというタイプの共線性はまれである。実際には、共線性の有無を実証的に確認することになる¹⁶。

多重共線性を回避するには二つの方法がある。一つは、説明変数が 0 と 1 の 2 値となるような回帰モデルを作らないことである。つまり、算術平均方式を選択すればよい。この方法によれば、説明変数に多重共線性が生じることがない。多重共線性の問題へのもう一つの対応は技術的な方法である。リッジ回帰および主成分回帰を用いる、あるいはベイズ・アプローチにより問題の改善を図ることができる。

以上のことから、リピート・セールス回帰モデルの説明変数は住宅価格そのものを選択

¹² 幾何平均は価格の時系列変化の平均である。

¹³ Case and Shiller 両氏は幾何平均タイプに保有期間による加重を施した住宅価格指数を用いて、87年（AREUEA）および89年（American Economic Review）の2つの論文を発表している。両論文で用いられている住宅価格指数は同じものである。89年論文は、87年の指数を用いて住宅市場の効率性を検証したものである。Shiller氏はその後91年にARS（算術平均方式）のリピート・セールス指数を発表している。S&P ケース・シラー住宅価格指数は、91年のARS型の指数である。

¹⁴ ベイリー氏らのGRSは3値のダミー変数なので実際には多重共線性の可能性は小さい。

¹⁵ 説明変数間に線形関係がある場合、多重共線性があるという。例えば、Maddala, G.S. 1992. "Introduction to Econometrics, 2nd Ed." Prentice Hall の第7章, Green, W.H. 1997.

¹⁶ ベイリー氏ら GRS の回帰モデルの多重共線性の可能性を VIF (Variance-Inflation Factor) で確認したところ、日本のデータを用いた実証においては、その可能性は小さい（早稲田大学 2009）。

することが望ましい。なお、住宅のための価値加重算術平均指数は Shiller(1991)¹⁷により提案されている（詳細は付録 II を参照のこと）。

4.2.2 加重最小自乗法

住宅価格指数のためのリピート・セールス回帰モデルの推定量として、ベスト・ブラクティスは Case and Shiller (1987)¹⁸が提案した加重最小自乗推定量（“weighted least squares estimator” (WLS)）である（詳細は付録 III を参照のこと）。WLS は普通最小二乗法（OLS）と同様の回帰モデルであるが、観測データのなかでより精度が高い観測値には重みを大きくして推定する。リピート・セールス法で用いる再販価格ペアのデータは 1 回目と 2 回目の取引間隔が物件によって大きく異なるのが一般である。この WLS では再販価格ペアの期間の長さに応じて重みを変える。

加重最小自乗法を導入することで、1 回目と 2 日目の取引間隔の長短による誤差の不均一性を調整するという意味において、推定する指数の精度を高めることができる。つまり、各再販価格ペアの誤差は同一分布である、という仮定を緩める。実際には、この仮定は成立しそうにない。各再販ペアの期間がまちまち（不均一）であるからだ。再販の間隔が長期になればなるほど、価格の変化は市場の要因よりも他のファクターの影響をより強く受けると考えるのが自然である。例えば、増築や改築がされるだろうし、場合によっては建て替えられる。また、老朽化が激しい物件もあるだろう。極端なケースでは廃墟となる。こうした状況では、価格変化は、市場価値の変化というよりも、主に住宅の物理的な属性の改変によるものであろう。

また、住宅の価格変化の個別性は不均一に分散する。売買価格を観測する二つの時点の期間の長さによって価格変化の個別性が異なる。そこでは個別変動はランダムではなくある歪みを持っている。回帰モデルの攪乱項にそうした不均一分散があると最小自乗推定値は最良ではなくなる。

再販の期間が長いペアはその期間が短いペアに比べて、より大きな価格評価誤差をもつだろう。この期間の長短による指数への影響を技術的に表現すると次のようになる。

価値加重算術平均リピート・セールス回帰モデルは不均一誤差を持つが、この誤差は抑制することができる。指数の値を推定する前に、各取引価格に重みを加えることで、指数の推定精度を高めることができる。

取引があった時間がかなり空いてしまった場合、やはり誤差の余地が大きくなる。より直近で取引があったものの方が誤差は少なくなる。従って、間隔が長く空いてしまったも

¹⁷ Shiller, J.S.(1991)“Arithmetic Repeat Sales Price Estimators,” Journal of Housing Economics 1, 110-126.

¹⁸ K.Case & R.Shiller, “Prices of Single Family Homes Since 1970: New Indexes for Four Cities”, New England 1 Economic Review: 45-56, Sept/Oct 1987.

のについては重み付けを少なくして、より短期での取引があった、間隔が短いものは重くする。つまり、回帰モデルの攪乱項に不均一分散誤差モデルも導入する。

- ・ 成約価格には誤認の可能性がある
- ・ そこで、販売時点の確率的な誤差を (N) とする
- ・ 物件の価格決定に際しての買い手と売り手の誤認がある
- ・ また、成約価格は時間とともに緩やかに変動する
- ・ そうした成約時点間の確率誤差を (H) とする
- ・ 物件と周辺環境が価格に固有の (非市場的な) 影響を及ぼすことがある
- ・ こうした影響は取引間隔が長いほど大きくなる
- ・ そこで、不均一分散誤差モデルを用いる
- ・ リピート・セールス回帰分析の誤差モデルは次のようになる

$$e = N + H$$

以上のような特性を加味して、指数は、次の手順により、一般化最小二乗法 (GLS) により求める。

- ・ 無加重のリピート・セールス回帰モデルを推計する
- ・ 無加重回帰モデルから残差を計算する
- ・ 残差を使って誤差モデルを推計する
- ・ 予想される誤差からリピート・セールのペアの加重を計算する
- ・ 加重リピート・セールス回帰モデルを推計する

このように取引間隔加重を考慮した推定を行うことにより、不均一分散性が調整され、指数推計値の精度が高まる。

4.2.3 最小二乗推定量以外の推定量

リピート・セールス回帰モデルの推定量には最小二乗推定量 (WLS, GLS 含む) 以外に、一般化積率法推定量 (GMM)、およびベイズ推定量 (Bayes) を用いた既存研究がある。

これらのアカデミックな研究は、幾何平均方式にこれらの新しい推定量を導入することで算術平均方式と加重最小二乗法を組み合わせた指数と同等、あるいはそれ以上の推定精度を得ようとする試みが多い。

Goetzmann (1992)¹⁹は、住宅価格の収益率が対数正規分布に従う場合、幾何平均方式の指数を算術平均方式の指数と同様の精度に改善する方法を提案している。また、幾何平均方式に伴う多重共線性の問題に対しては、実用上は説明変数の数を減らす (例えば、日次指数よりも月次指数、月次指数よりも四半期指数に変更する) といった方法を紹介している²⁰。技術的な対応方法としては、「縮小推定量」(Shrinkage Estimator)を導入することを

¹⁹ Goetzmann, William. 1992, The Accuracy of Real Estate Indices; Repeat Sale Estimators, Journal of Real Estate Finance and Economics, 5:5-53

²⁰ ケース・シラーの ARS 指数では多重共線性の問題はほとんどない。

提案している。

実際の指数の推定問題では、住宅価格の未知母数について情報が全くないということはあまりない、縮小推定量はそういう前提に立っている。通常は住宅価格の値の範囲についてたとえ漫然とはしていてもなんらかの情報があるものである。たとえその情報がまったく主観的な判断に基づくものであっても指数の推定の際に積極的にこれを利用しようとする²¹。

縮小推定量には、ベイズ型とリッジ型がある。前者は回帰モデルの推定において、住宅価格の収益率が独立かつ同一の対数正規分布に従うと仮定してその平均値と分散の初期値を事前情報として利用する。この仮定は、住宅市場は情報効率的であるという判断によるものである。後者のリッジ型は推定値をある先験的な方向へ意図的に引き寄せる方法である。縮小推定量の利点は、多重共線性に対して最小自乗推定量を改良する（精度を向上する）点である。

一方、Goetzmann, and Peng (2002)²²は、被説明変数を相対価格（リピート・セールスペアの価格比、ただし、対数変換しない）および説明変数を 0、1 のダミー変数とする回帰モデルと最尤推定を組み合わせた住宅価格指数を提案している（相対価格 MLE）。また、Peng (2002)²³は、相対価格と一般化積率法推定量を用いた住宅価格指数を提案している。

上記でみたように、リピート・セールス価格指数における従来のベスト・プラクティスは Shiller(1991,1993)の算術平均方式と加重最小二乗法（GLS）の組み合わせである。本研究では、算術平均方式に GMM 推定量を用いることで精度（標準誤差）が向上することを示した。また、地方都市によっては、成約価格の標本が小規模な場合、ベイズ型の縮小推定量を導入すること検討した。また、そこでは、マルコフ連鎖モンテカルロ法（Markov Chain Monte Carlo method, MCMC）を用いた確率標本を用いて算術平均方式の指数を推定する方法も検討した。

²¹ 当初、統計学では縮小推定量は人工的なものと見られていたが、近年では自然な推定量と位置づけられている（丸山 2005 参照）。

²² Goetzmann, William. and Liang Peng, 2002. The Bias of the RSR Estimator and the Accuracy of Some Alternatives, Real Estate Economics V30-1:13-39.

²³ Peng, Liang.2002, GMM Repeat Sales Price Indices, Real Estate Economics V30-2:239-261.

4.2.4 WASEDA / REINS リポート・セールス回帰モデルの検討

本研究では、リポート・セールス回帰モデルの二つの設計変数（被説明変数と推定量）を組み合わせると合計 10 の異なる回帰モデルを作成し、レインズの取引価格データベースを用いてリポート・セールス住宅価格指数を作成した（ここでは「早稲田 / レインズ住宅価格指数」（略して WASEDA / REINS）と呼ぶ）。

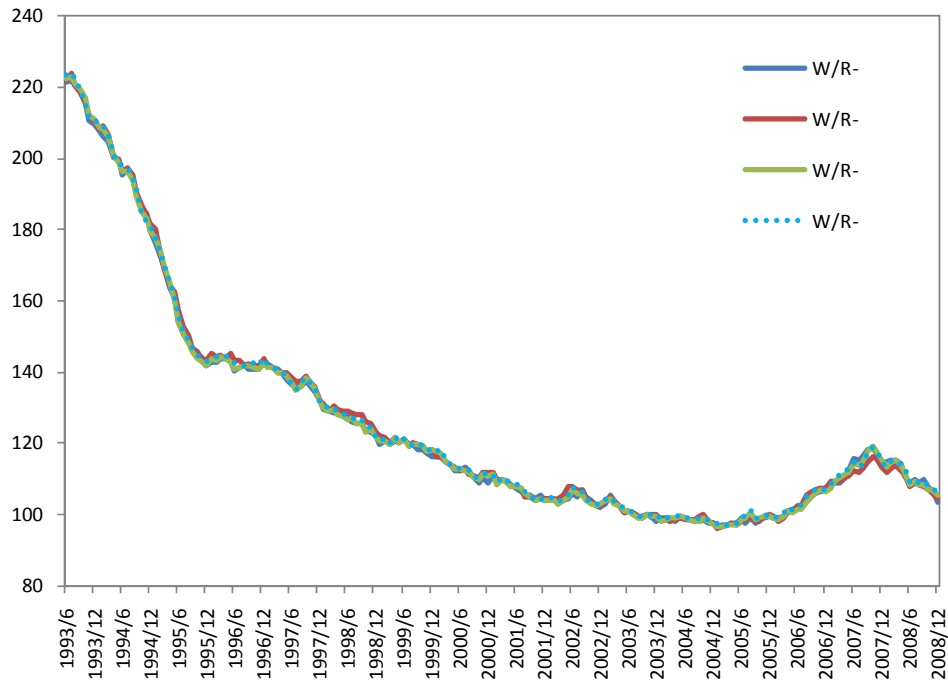
図表 4.2.4 WASEDA/REINS リポート・セールス住宅価格指数

指数の呼称	指数の略称	方式
早稲田/レインズ住宅価格指数・CS(型)	WASEDA/REINS-	ARS
早稲田/レインズ住宅価格指数・CS(型)	WASEDA/REINS-	ARS
早稲田/レインズ住宅価格指数・CS(型)	WASEDA/REINS-	ARS
早稲田/レインズ住宅価格指数・CS(型)	WASEDA/REINS-	ARS
早稲田/レインズ住宅価格指数・CS(GMM型)	WASEDA/REINS-	ARS
早稲田/レインズ住宅価格指数・CS(MCMC型)	WASEDA/REINS-	ARS
早稲田/レインズ住宅価格指数・CS(87)型	WASEDA/REINS-	GRS
早稲田/レインズ住宅価格指数・FHFA型	WASEDA/REINS-	GRS
早稲田/レインズ住宅価格指数・HKU型	WASEDA/REINS-	GRS
早稲田/レインズ住宅価格指数・MIT型	WASEDA/REINS-	GRS

ただし、方式の略称は次の通りである。ARS(Arithmetic Repeat Sales method: 算術平均方式)、GRS(Geometric Repeat Sales method: 幾何平均方式)

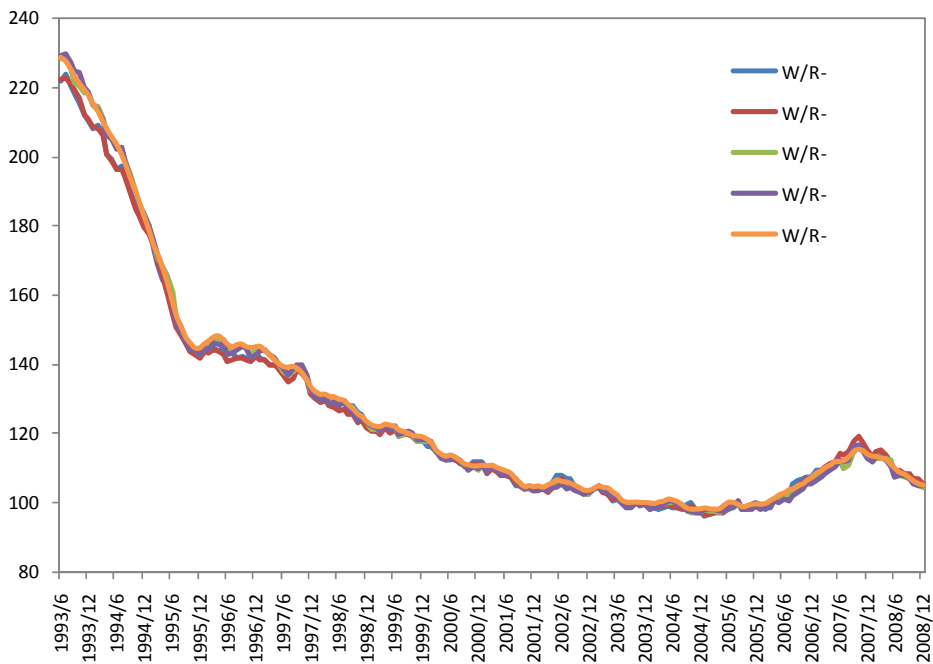
WASEDA/REINS 住宅価格指数は 10 種類ある（図表 4.2.4）。そのうち、算術平均方式が 6 種類（タイプ I からタイプ VI）、幾何平均方式が 4 種類（タイプ VII からタイプ X）である。まず、レインズの取引価格データベースを前提とした場合、算術平均方式に関して最も望ましい推定量のタイプを検討することを目的とした。また、そこでの評価尺度として標準誤差を用いた。また、幾何平均方式について 4 タイプを検討した理由は、日本の住宅の取引価格データを用いた場合のこの方式の下方バイアスの程度などを確認することにある。またこの確認を通じて各方式を採用している従来の住宅価格指数の特性も把握する。

図表 4.2.5 および図表 4.2.6 に作成した指数（月次、1993 年 6 月～2008 年 12 月）のグラフを示す。



基準時点 2003 年 10 月とした、早稲田/レインズ住宅価格指数・CS()型(W/R-I)、早稲田/レインズ住宅価格指数・CS()型(W/R-IV)、早稲田/レインズ住宅価格指数・CS(GMM)(W/R-V)、および早稲田/レインズ住宅価格指数・CS(MCMC)型(W/R-)の推移 (1993 年 6 月~2008 年 12 月、月次)

図表 4.2.5 早稲田/レインズ住宅価格指数 (ARS)



基準時点 2003 年 10 月とした、早稲田/レインズ住宅価格指数・CS()型 (W/R-)、早稲田/レインズ住宅価格指数・CS(GMM)型 (W/R-V)、早稲田/レインズ住宅価格指数・CS(MCMC)型 (W/R-)、早稲田/レインズ住宅価格指数・FHFA 型 (W/R-)、早稲田/レインズ住宅価格指数・HKU 型 (W/R-)、早稲田/レインズ住宅価格指数・MIT 型 (W/R-)
(1993 年 6 月~2008 年 12 月、月次)

図表 4.2.6 早稲田/レインズ住宅価格指数 (ARS-2 タイプと GRS-3 タイプの住宅価格指数)

上記のグラフからは判別しにくい、幾何平均 (GRS 型) 指数は算術平均 (ARS 型) 指数よりも下方バイアスがある。また、図表 4.2.7 に 10 種類の早稲田/レインズ住宅価格指数の観測誤差およびバイアスなどを示す。以下に、観測誤差、推定量の選択の影響、およびロバスト推計の影響について整理する。

図表 4.2.7 早稲田/レインズ住宅価格指数とその精度(標準誤差は平均値)

指数の略称	方式	バイアス	標準誤差	推定量	フィルター	ロバスト加重	期間の重み
WASEDA/REINS-	ARS	-	0.015	GLS	×	-	○
WASEDA/REINS-	ARS	-	0.013	GLS	○	-	○
WASEDA/REINS-	ARS	-	0.013	GLS	○	-	○2 次
WASEDA/REINS-	ARS	-	0.010	GLS	○	○	○
WASEDA/REINS-	ARS	-	0.013	GMM	○	-	-
WASEDA/REINS-	ARS	-	0.005*	MCMC	○	-	-
WASEDA/REINS-	GRS	下方	0.025	GLS	○	-	○
WASEDA/REINS-	GRS	下方	0.025	GLS	○	-	○2 次
WASEDA/REINS-	GRS	下方	0.025	OLS	○	-	-
WASEDA/REINS-	GRS	下方	0.023	Ridge	○	-	○

*MCMC の標準誤差はシミュレーション誤差である

算術平均と幾何平均の違いによる影響・・・まず、早稲田/レインズ住宅価格指数の観測誤差 (標準誤差) は 0.5%~2.5 の範囲に収まった。また、算術平均方式の指数の観測誤差が 2%未満であるのに対して、幾何平均方式の指数はみな観測誤差が 2%を超えている。

推定量の違いによる影響・・・今回の推定では、MCMC 型 (WASEDA/REINS-VI 指数) とロバスト推計 (WASEDA/REINS-IV 指数) を除いて、伝統的な統計アプローチの 3 手法、すなわち、一般化最小二乗法と回帰模型の攪乱項に 1 次の保有期間調整を考慮するもの (WASEDA/REINS-II 指数) その 2 次の項を考慮するもの (WASEDA/REINS-III 指数) および一般化積率法を用いるもの (WASEDA/REINS-V 指数) については 3 つとも標準

誤差は同程度であった。

頑健な手法の影響・・・MCMC 型 (WASEDA/REINS -VI 指数) はベイズ統計によるものであるため、これを除いてみれば、伝統的な統計アプローチの中では WASEDA/REINS -IV 指数の標準誤差が最も小さい。WASEDA/REINS -IV 指数の回帰モデルと推定方法は WASEDA/REINS -I と同じものである。両者の違いは、データに対してロバスト加重をかけたもの (WASEDA/REINS -IV 指数) とその加重をかけないもの (WASEDA/REINS -I 指数) だけである。両者の標準誤差を比較することでロバスト推計の効果を確認することができる。両者には約 30bps の差がある。すなわち、その他の手法が全く同じでもロバスト加重を採用することで指数の標準誤差を約 30bps 改善する可能性があることを確認した。

4.3 データ・フィルター

リピート・セールス回帰モデルをどんなに厳密に設計しても、モデルに入力するデータが適切でなければ出力される住宅価格指数は良いものとはならない。

早稲田/レイズ住宅価格指数の試作においては、標本作成におけるデータ・フィルターの影響をみるために、下記に述べるルールによりフィルター (ふるい) にかけたものとそうではないデータを用いて、2つの価格指数を作成し、その標準誤差を比較した。標本作成におけるデータ・フィルターの指数の標準誤差への影響をみるために、WASEDA/REINS-I と WASEDA/REINS-II は全く同じモデルであるが標本だけが異なるように推定した²⁴。前者の標本にはデータ・フィルターをかけていない。後者の標本はフィルターでふるいにかけたものである。両者の標準誤差の違いは、データ・フィルターの有無だけである。想定通り、データ・フィルターをかけた標本を用いたほうが 10bps だけ標準誤差が小さい。利用できる観測データがより大規模かつフィルターで選別された標本との規模の格差がより大きければ、標本作成におけるデータ・フィルターの影響はここで確認できた程度より大きいものと考えられる。

データ・フィルタリングの目的は、指数が市場のトレンドを表象するものとするために、市場のトレンドに関与しない要因による価格変化が生じている取引を排除することにある。例えば、売り急ぎ、買い進み等の特殊事情が存する取引については、市場価格より割安又は割高で取引されることが多く、このような取引当事者による取引価格は適正な価格で取引されているとはいえない。また、実物不動産の取引価格は、取引時点における不動産の属性を反映したものであり、同一物件 (同一戸) であっても、増改築や用途地域の変更等により、取引された不動産や地域の特性に変化がある場合等においては、第一取引と第二取引の不動産の属性が異なると考えられる。指数が、同質性を有する住宅については、市場価格の平均的な変化率を表象するものとするためには、このような取引については、サンプルから排除する必要がある。従って、本検討における住宅価格指数の作成においては、

²⁴ 両標本の数は同数にしてある。

取引された物件（不動産）や地域の特性に変化がある場合、取引当事者に特殊な事情が存在する場合等、（市場の動向とは関与しない）地域的、個別的事情による価格変化があった場合には、取引サンプルから排除する。具体的には、特殊事情を含む取引物件につき物理的な変更があった取引及びデータにエラーがあると考えられる取引（成約価格、成約年月日等が不正確である取引）等を排除する。適切な成約価格データの標本を抽出するためにデータ・フィルターを本検討では次のように設定した。

1) 保有期間に関するフィルター（転売取引の排除）：セールスペアのうち、第二取引日が第一取引日から起算して6ヵ月以内のセールスペアは指数算出に当たって、データから排除する。このフィルターは、特殊な事情等がある取引データを指数の算出に当たり排除するために必要なフィルターである。二時点の期間（保有期間）が短いセールスペアについては、市場の動向とは関与せず取引価格が決定されていることが多く、短期売買による取引データを指数に含めると、市場価格よりも過剰に評価してしまうという結果が得られている。従って、このような取引については、指数算出時のサンプルから排除する²⁵。不動産市場に関与しない地域的、個別的要因により価格が変化したペアや、取得に当たって、特殊な事情があり、適正とはいえない価格で取引されたペアは、データ・フィルタリングにより排除される。

2) 過度に古い取引：1993年以前の期間については、取引データが乏しく、このような少ないデータ量で作成された指数は適切な推定とはいえない。従って、第一取引の時期が1993年以前である取引については、これを排除する。

3) データが不完全である取引：物件タイプの情報や位置特定に必要な場所に関する情報等が欠如している場合には、これを排除する。

4) 用途転換されている取引：第一取引と第二取引の両時点において、不動産の用途が同質であり、比較可能でなければならない。例えば、オフィスからマンションへ用途転換された場合等には同質性を有する不動産についての取引とはいえず、比較可能性があるとはいえない。従って、用途転換等がある取引については、これを排除する。

5) 建物が第一取引以後に建てられている取引：第一取引後に建物が竣工されている場合には、第一取引にあたり既存建物の価値を考慮せず、土地の価値に相当する価格として取引

²⁵ 一方、取引の二時点間（保有期間）が長い取引ペアについては、不動産や地域の特性の変化が起こる可能性が高く、このような場合には、市場の動向に関与しない取引価格の変化が生じてしまう。従って、このようなセールスペアが、フィルタリングのプロセスの際に排除されなかった場合には、重み付けに当たって、ウェイトを弱める。

されている可能性がある。従って、第二取引における建物の竣工年が第一取引時点よりも後である取引については、これを排除する。

6) 建物面積が同一でない取引：第一取引と第二取引で建物面積が異なる場合には、増改築が行われた可能性があり、このような場合には同質の不動産の取引といえない。従って、このような取引については、これを排除する。

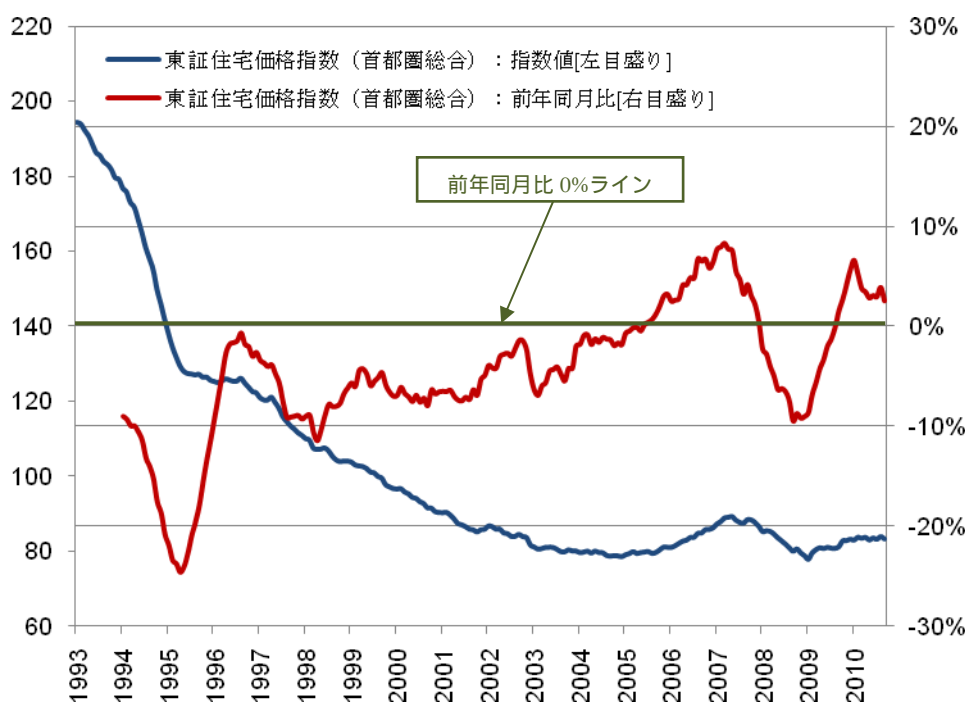
7) 第一取引以後に交通施設が整備されている取引：第一取引後に駅（沿線）が新設されている場合には、不動産の利便性等に変化があり、同質性をする不動産の取引とはいえない。従って、第二取引における最寄駅等が第一取引時点の最寄駅等と異なる取引については、これを排除する。

第5章 取引価格データベースを用いたリピート・セールス住宅価格指数の実用化

本稿の第4章で試作した住宅価格指数の検討結果を踏まえ、かつレインズの取引価格データベースを用いて作成した東証住宅価格指数がこのたび試験配信されることとなった。本章では試験配信がはじまった東証住宅価格指数を用いて首都圏の住宅市場の歴史について整理する。

5.1 首都圏における住宅市場の動向

2011年2月末における首都圏(東京都・神奈川県・千葉県及び埼玉県)の住宅価格²⁶は、前年同月比でみて+2.5%となった。首都圏(前年同月比)においては、2010年2月以降13カ月間プラス圏で推移したことになる(図表5.1.1)。首都圏の住宅価格は、バブル崩壊後、長期的に下落し、1993年6月から2005年2月の下落率は、-59.5%であったが、2005年2月をフロアにして上昇に転じ、2007年10月までの上昇率は、+13.6%であった。その後、サブプライム問題及びリーマン・ショックを経て再び下落していたが、2010年に入り、上昇基調で推移している(図表5.1.1)。



出所：東京証券取引所

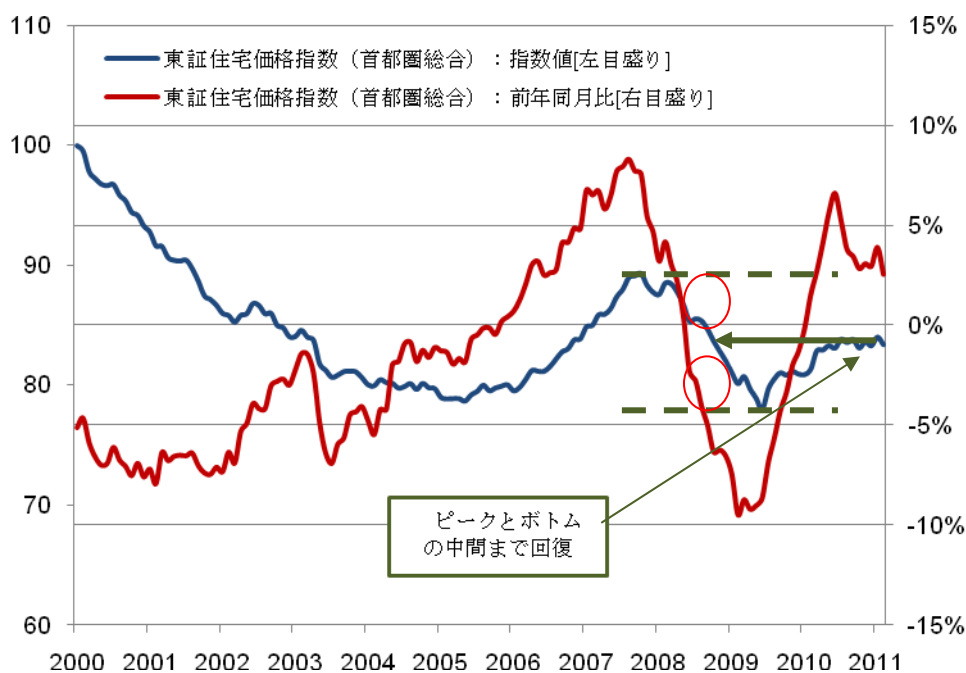
図表 5.1.1 首都圏住宅価格の長期時系列推移

²⁶ 東証住宅価格指数(首都圏総合)は、東京都、神奈川県、千葉県及び埼玉県のストック価値をトラッキングするよう設計されている。

図表 5.1.2 東証住宅価格指数（首都圏総合）の推移と変動率

	1993/6	2005/5	2007/10	2009/6	2011/2
指数値	194.30	78.65	89.32	77.94	83.36
変動率		-59.5%	13.6%	-12.7%	7.0%

2011年2月末の東証住宅価格指数は、83.36ポイントであり、2008年9月のリーマン・ショック直後の水準（83.64ポイント）に近づいている。直近のボトムである2009年6月の77.94ポイントからみると、+7%の上昇をみせた（図表5.1.2）。この水準は、直近のピーク期（2007年10月）とボトム期（2009年6月）の水準の中間点に位置しており、サブプライム問題及びリーマン・ショックの金融危機の影響を受けて下落した住宅価格がようやく半分程度回復したことがわかる（図表5.1.3）。



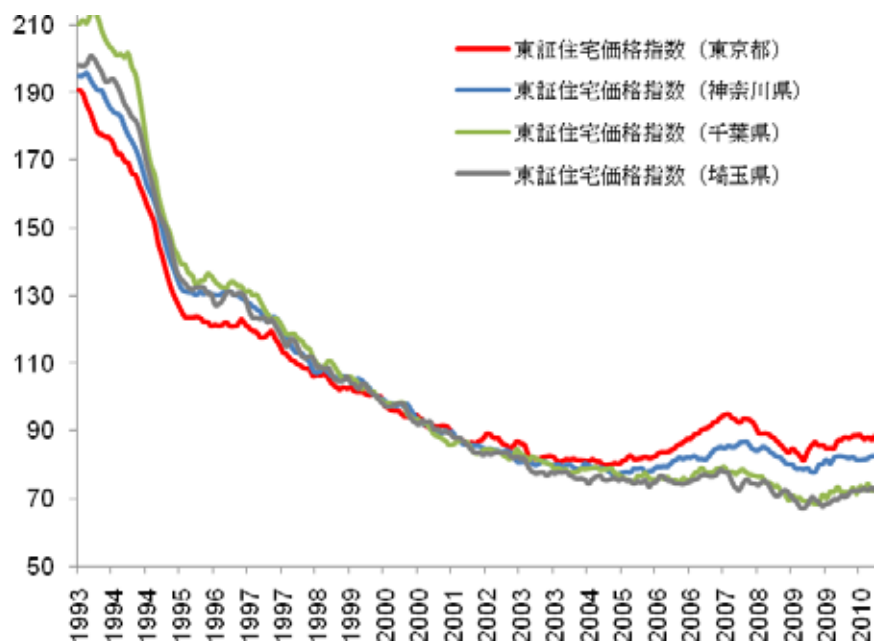
出所：東京証券取引所

図表 5.1.3 2000年以降の住宅価格の推移（首都圏）

5.2 首都圏における都市別の住宅市場動向

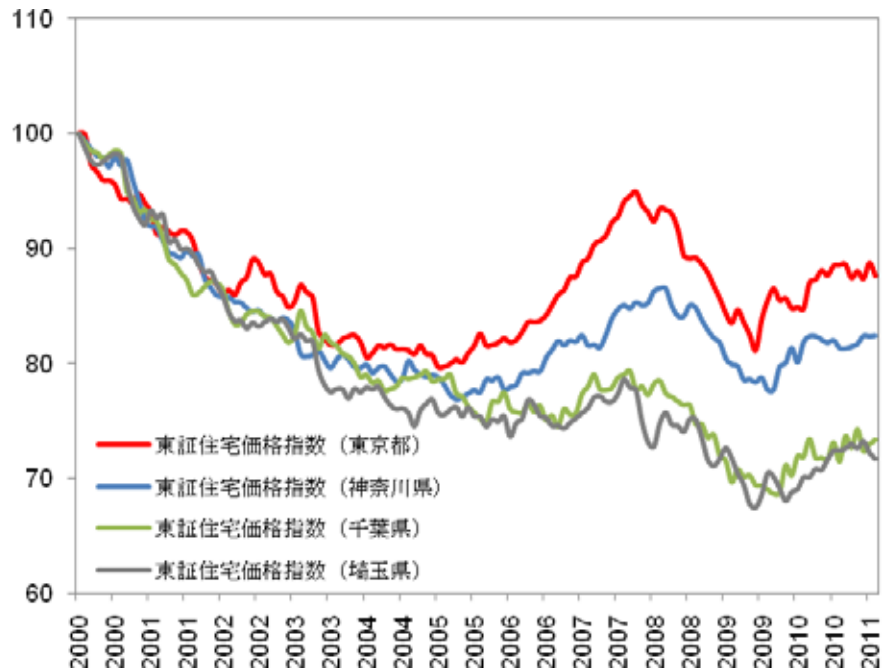
都市別の住宅価格の動向をみると、いずれの都市についてもバブル崩壊後長期的に下落していたことがわかる（図表5.2.1）。しかしながら、2006年に入ると、都市間で異なる変動をみせるようになった（図表5.2.2）。首都圏の中でも、特に、上昇トレンドが鮮明になっていたのは、東京、神奈川であり、千葉、埼玉については、明確な上昇基調とはならなか

った。首都圏 4 都市のうち最も上昇率が高かったのは、東京であり、前年同月比でみて、10%を超える時期もみられた。



出所：東京証券取引所

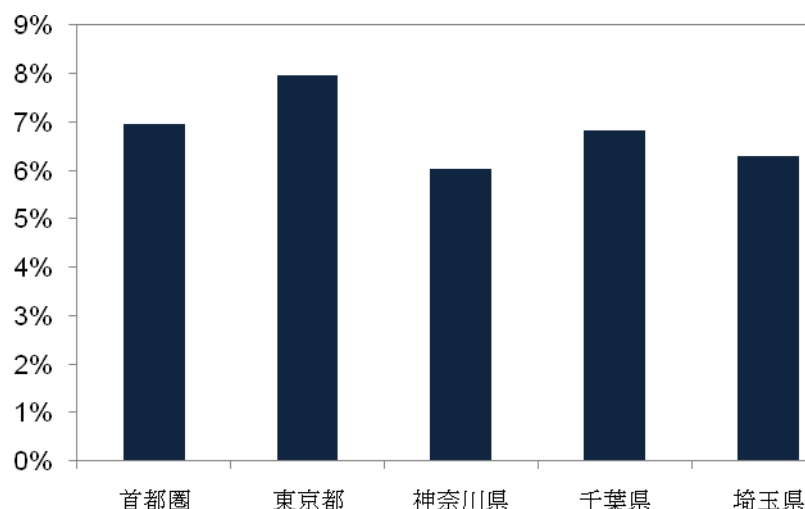
図表 5.2.1 首都圏における都市別の住宅価格動向



出所：東京証券取引所

図表 5.2.2 2000 年以降の都市別の住宅価格動向

リーマン・ショック以降下落を続けてきた住宅価格であるが、2009 年に入ると、いずれの都市についても下落が止まり、上昇基調となった。直近のボトム期から 2011 年 2 月までの上昇率を都市別にみると、東京：+8.0%、神奈川：+6.0%、千葉：+6.8%、埼玉：+6.3% である（図表 5.2.3）。首都圏総合の動向でみたように、2010 年 2 月においては、どの都市をみても概ねリーマン・ショック以降の下落の半分程度まで回復した水準にあることがわかる。



	首都圏	東京都	神奈川県	千葉県	埼玉県
指数値(ボトム期)	77.94	81.12	77.68	68.73	67.44
ボトム月	2009/6	2009/6	2009/8	2009/9	2009/6
指数値(2011/2)	83.36	87.59	82.37	73.43	71.69
ボトムからの変化率	7.0%	8.0%	6.0%	6.8%	6.3%

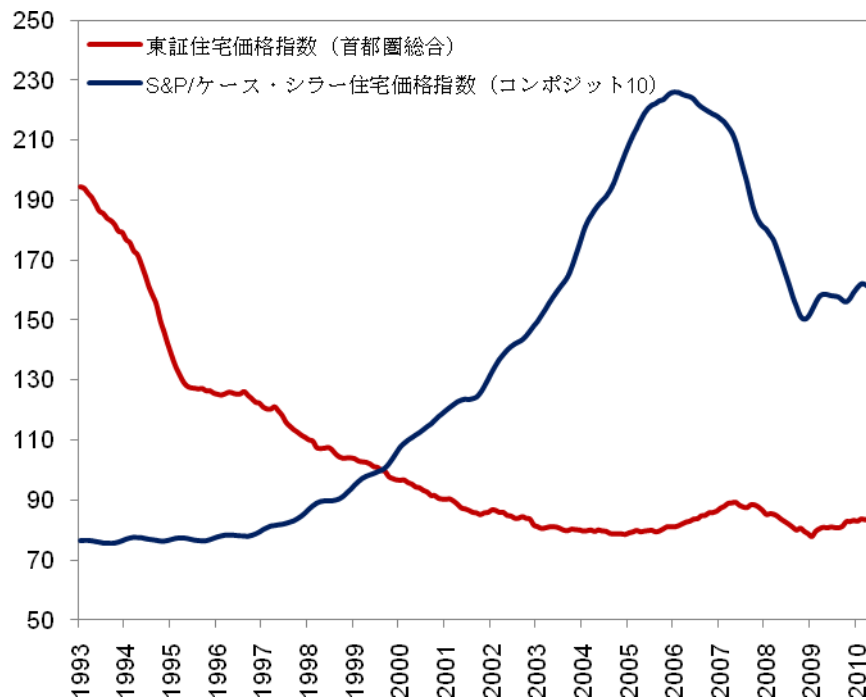
出所：東京証券取引所のデータをもとに筆者作成

図表 5.2.3 リーマン・ショック後のボトム期からの上昇率

5.3 住宅価格指数でみる日米比較 - 東証住宅価格指数と S&P/ケース・シラー住宅価格指数²⁷の比較 -

長期トレンドをみると、日米の住宅価格の動向は対照的であった。日本は、バブル崩壊後、長期にわたり下落トレンドであったのに対して、米国は逆に上昇が続いていた（図表 5.3.1）。米国の住宅価格が下落に転じたのは、2006 年 7 月である。対して、日本の住宅価格は、2007 年 11 月から下落に転じた。また直近のボトムを比較すると、米国は、2009 年 4 月であり、日本は、2009 年 6 月である。下落、上昇ともに米国が先行してトレンドの転換期を迎えてきていたことがわかる。

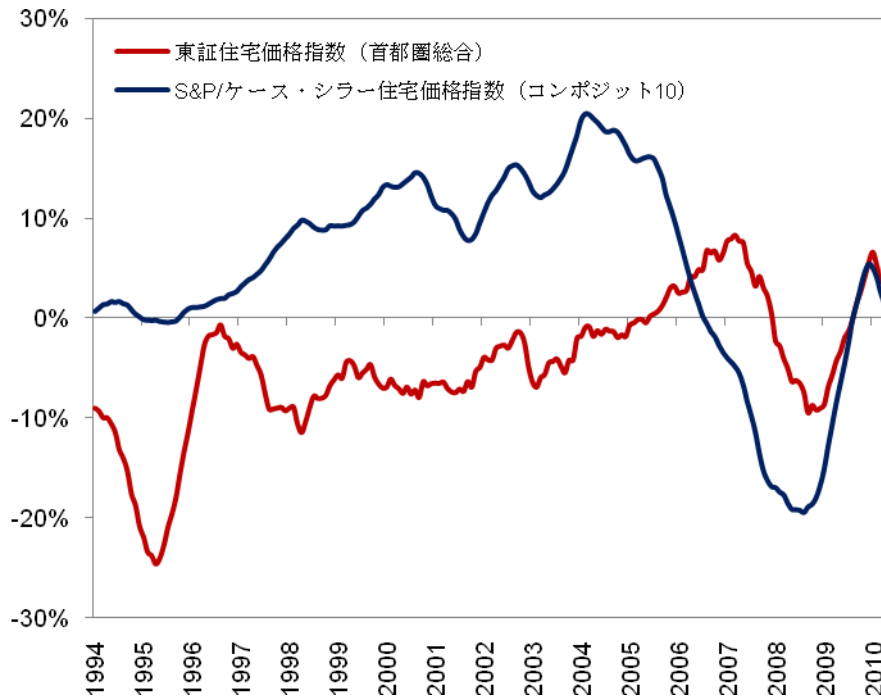
²⁷ ただし、S&P/ケース・シラー住宅価格指数は共同住宅のコンポジットがないことから、ここでは、戸建住宅のコンポジット 10 を使用した。



出所：東京証券取引所、Standard&Poor's

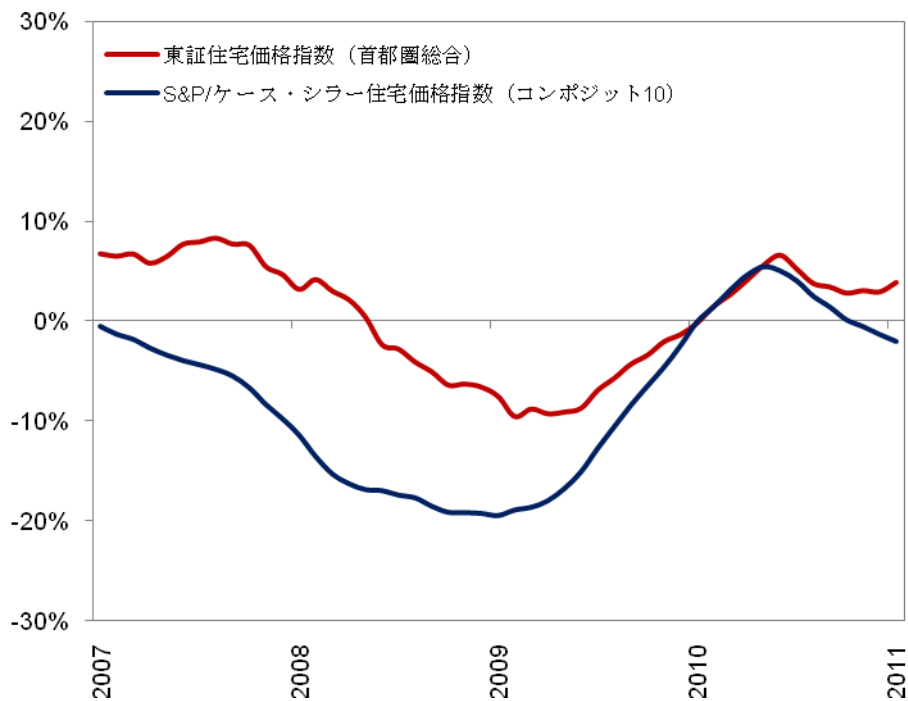
図表 5.3.1 住宅価格指数の日米比較

日米の前年同月比の推移をみても 2006 年以降米国が日本の住宅価格の動向に先行しているのがわかる（図表 5.3.2、5.3.3）。ただし、直近の前年同月比がプラスに転じたのは、ともに 2010 年 2 月である。両国ともに、2010 年 6 月には 5% を超える上昇があった。その後、日本は、プラス圏を維持しているのに対し、米国は、2010 年 11 月から再びマイナス圏に入っている。



出所：東京証券取引所、Standard&Poor's

図表 5.3.2 日米住宅価格指数の前年同月比

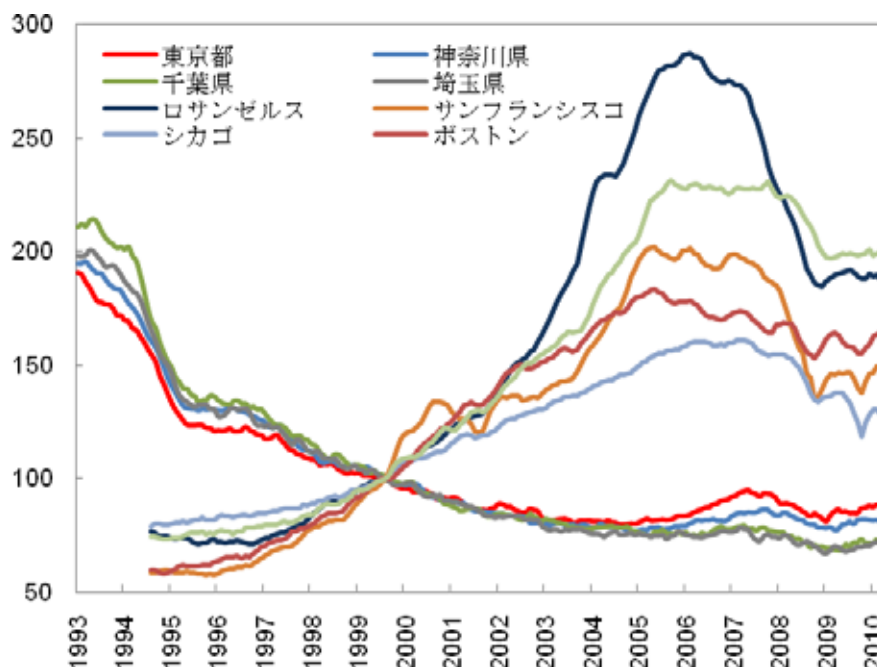


出所：東京証券取引所、Standard&Poor's

図表 5.3.3 リーマン・ショック前後の前年同月比

5.4 都市別に見る共同住宅の日米比較（参考）

日米の共同住宅について、都市別に比較すると、近年、米国が下落傾向にあるのに対し、日本は上昇傾向にある。



出所：東京証券取引所、Standard&Poor's

図表 5.4 日米における都市別の共同住宅価格の動向

5.5 日米における都市別の月次変動率の特徴（参考）

日米の月次変動率の平均値は、絶対値でみて 0.3～0.5%程度である。ただし、日本は、バブル崩壊後長期的に住宅価格が下落してきたのに対し、米国は、長期的に上昇を続けていたことから、日本は、マイナス成長、米国は、プラス成長である。また、ボラティリティをみると、1～1.5%程度であることがわかる。

図表 5.5. 日米都市における月次収益率の基本統計量（1995年1月～2011年1月）

	東京都	神奈川県	千葉県	埼玉県	ロサンゼルス	サンフランシスコ	シカゴ	ボストン	ニューヨーク
平均	-0.29%	-0.35%	-0.44%	-0.43%	0.44%	0.43%	0.18%	0.50%	0.50%
中央値	-0.20%	-0.30%	-0.44%	-0.40%	0.55%	0.42%	0.32%	0.53%	0.54%
標準偏差	1.08%	0.95%	1.22%	1.21%	1.34%	1.64%	1.15%	1.04%	0.98%
分散	0.01%	0.01%	0.01%	0.01%	0.02%	0.03%	0.01%	0.01%	0.01%
最小	-3.89%	-3.21%	-3.70%	-3.67%	-3.51%	-6.25%	-5.59%	-2.88%	-2.32%
最大	3.24%	2.55%	3.47%	2.79%	4.12%	4.85%	5.09%	2.76%	3.01%
サンプル数	192	192	192	192	192	192	192	192	192

5.6 東証住宅価格指数の半期リターン（参考）

年月	東証住宅価格指数(半期リターン)				
	東京都	神奈川県	千葉県	埼玉県	首都圏総合
1993/12	-6.9%	-2.2%	-0.9%	-1.1%	-4.5%
1994/6	-4.5%	-5.5%	-3.8%	-4.7%	-4.7%
1994/12	-7.6%	-9.6%	-13.2%	-9.7%	-8.9%
1995/6	-14.9%	-13.3%	-14.4%	-13.3%	-14.3%
1995/12	-7.5%	-7.2%	-8.6%	-9.8%	-7.8%
1996/6	-1.8%	-0.4%	-1.3%	-3.4%	-1.6%
1996/12	0.0%	-0.2%	-1.0%	2.6%	0.1%
1997/6	-3.0%	-3.7%	-3.4%	-5.8%	-3.5%
1997/12	-3.7%	-4.2%	-6.1%	-5.0%	-4.2%
1998/6	-4.3%	-6.9%	-4.7%	-4.7%	-5.0%
1998/12	-2.6%	-4.1%	-3.7%	-2.5%	-2.9%
1999/6	-2.7%	-1.8%	-4.3%	-4.2%	-2.8%
1999/12	-1.8%	-4.2%	-4.0%	-3.2%	-2.8%
2000/6	-5.0%	-3.7%	-3.6%	-3.0%	-4.3%
2000/12	-2.0%	-4.8%	-4.8%	-6.1%	-3.5%
2001/6	-2.6%	-3.6%	-5.9%	-2.3%	-3.1%
2001/12	-5.0%	-3.7%	-1.0%	-3.4%	-4.1%
2002/6	2.5%	-1.7%	-2.8%	-3.8%	0.2%
2002/12	-4.7%	-0.9%	-3.2%	-0.6%	-3.2%
2003/6	-3.2%	-4.1%	0.8%	-5.9%	-3.3%
2003/12	-0.3%	-0.9%	-4.4%	-0.8%	-0.8%
2004/6	-0.8%	-1.4%	-1.1%	-1.9%	-1.1%
2004/12	-0.6%	0.7%	0.6%	1.1%	-0.1%
2005/6	0.2%	-2.0%	-2.8%	-0.9%	-0.7%
2005/12	1.6%	0.5%	1.6%	-1.0%	1.1%
2006/6	1.9%	2.0%	-1.5%	0.0%	1.4%
2006/12	4.6%	3.2%	-0.8%	-0.3%	3.3%
2007/6	5.4%	2.5%	2.9%	1.9%	4.2%
2007/12	1.0%	1.6%	-0.8%	-4.6%	0.4%
2008/6	-4.1%	-1.3%	-1.2%	1.2%	-2.8%
2008/12	-4.2%	-2.7%	-5.8%	-3.2%	-3.9%
2009/6	-5.3%	-4.2%	-3.6%	-5.9%	-4.9%
2009/12	4.5%	3.8%	1.2%	2.0%	3.8%
2010/6	3.4%	0.5%	2.0%	4.2%	2.7%
2010/12	-0.3%	0.8%	1.0%	2.2%	0.3%

付録

付録 I. Bailey, Muth and Nourse(1963)の幾何平均型リピート・セールス回帰モデル

「幾何平均型リピート・セールス回帰モデル」(Geometric average Repeat Sales regression:略して”GRS”)は次の特徴を持っている。

基準方式=連鎖型

平均方式=幾何平均

加重方式=等加重ポートフォリオ方式

回帰モデル=価格の対数差(被説明変数)、取引時点ダミー(説明変数)

回帰係数=二時点間の対数変化率

推定量 =最良不偏推定量

推定方法=通常最小二乗法

簡単な計算例を用いて、リピート・セールス指数の計算方法を説明する。今、表 1.のよ
うな、住宅の成約価格データベースがあるとする。この表における、成約価格の表記法は
次の通りとする。

P_{nt} : 物件 n の時点 t における成約価格

表 1.のデータベースには、5 物件の再販価格データ(つまり、同一物件が異なる時点で 2
回取引されたときの各物件ごとに 2 つの成約価格のペアデータ)がある。また、時点は 3
時点で時点 0 を基準時点とする。時点 0 において、物件 5、時点 1 において物件 3 及び物
件 4、時点 2 において、物件 1 及び物件 2 が 0 という表示になっている。データがないの
は、売買されなかったからである。

表 1. 物件の再販価格データ

再販価格データ	時点 0	時点 1	時点 2
物件 1	P_{10}	P_{11}	0
物件 2	P_{20}	P_{21}	0
物件 3	P_{30}	0	P_{32}
物件 4	P_{40}	0	P_{42}
物件 5	0	P_{51}	P_{52}

再販価格データベースを用いて、市場全体の価格変化を表す指数(幾何平均リピートセ
ール指数)を計算する。指数の計算には、次の回帰モデルを用いる。

$$y = Z\gamma + e \quad (1.1)$$

ここで、

y : 二時点の対数価格差

Z : 時点ダミー

 : リピートセール係数 (指数関数が求めるリピート・セールス指数となる)

e : 誤差項

まず、売買された物件の価格ペアの対数収益率を並べたもの (ベクトル) を y とする。 y を次のように作成する。なお、対数価格 P の添字 (n,t) は物件の識別番号 (n) と時点 (t) を示す。

$$y = \begin{bmatrix} P_{11} - P_{10} \\ P_{21} - P_{20} \\ P_{32} - P_{30} \\ P_{42} - P_{40} \\ P_{52} - P_{51} \end{bmatrix} \quad (1.2)$$

次に、行列 Z (説明変数) を次のように作成 (定義) する。

$$Z = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \quad (1.3)$$

行列 Z は $T-1$ 行 N 列からなる。

N : 物件の数

T : 期間の数

行列 Z の要素は $-1, 1$ もしくは 0 である。資産 n が時点 t において、第一番目に販売されれば -1 、第2番目に販売されれば 1 として表示される。そうでなければ行列 Z の要素 (n,t) はゼロである。

ベクトル y と基準点以降のダミー変数行列 Z が準備できたので、回帰係数 を求める。(1.1)式における変数 e は誤差項のベクトルである。

$$\begin{aligned} \hat{\gamma}_1 &= \frac{P_{11} + P_{21} + P_{51}}{3} - \frac{P_{10} + P_{20} + (P_{52} - \hat{\gamma}_2)}{3} \\ \hat{\gamma}_2 &= \frac{P_{32} + P_{42} + P_{52}}{3} - \frac{P_{30} + P_{40} + (P_{51} - \hat{\gamma}_1)}{3} \end{aligned} \quad (1.4)$$

ここでの回帰係数の推定値は、各物件の価格の対数変化率の単純平均 (各物件の価格の対数変化率を合計してそれを物件の数で割る) として、求められる²⁸。そして、これを「指数関数」で変換したものが最終的なリピート・セールス価格指数 (GRS) になる。そのため、GRS 指数は「幾何平均」となる。もう少し説明すると、二時点間の価格変化を物件数

²⁸ 通常最小二乗法の正規方程式より得られる。

だけ掛け合わせてそれを「(1 / 物件数) 乗」したものがここでの幾何平均である。この対数を取ると、二時点間の価格変化の対数値を物件数で割ったものに等しい。したがって、ジェンセンの不等式により、幾何平均は常に、算術平均の値以下になる。

一方、GRS の上記の回帰モデルでは、個々の住宅の価格変化が、GRS 指数の時間変化（市場全体の平均的な価格変化）に攪乱項²⁹を加えたもの、と仮定される。この仮定のもとで、回帰係数（GRS 指数）は最小自乗法により最良不偏推定量として推定される。

従来の単純な連鎖指数がもつ問題点を改善するために、ベイリー氏は上記で紹介したように、回帰モデルを用いた GRS 指数を考案した。そうした試みによって、住宅価格指数の研究は大きく前進した。ところが同時に、新しい別の問題をもたらした。ベイリー氏らの GRS 指数には次の問題がある。

平均方式：幾何平均	下方バイアス
回帰モデル：取引時点ダミー（説明変数）	精度以前の問題（多重共線性）
回帰係数：二時点間の対数変化率	対数変換によるバイアス
推定量：最良不偏推定量	（仮定が満たされない）
推定方法：通常最小二乗法	（不均一分散など）

また、上記以外にも、標本誤差および非標本誤差といった潜在的な問題もある。

²⁹ 独立、同一な正規分布に従う。

付録 II. Shiller(1991)の価値加重算術平均指数

簡単な計算例を用いて、価値加重算術平均リピート・セールス指数の計算方法を説明する。再度、表 1.のような、住宅の成約価格データベースがあると³⁰する。

表 1. 物件の再販価格データ

再販価格データ	時点 0	時点 1	時点 2
物件 1	P ₁₀	P ₁₁	0
物件 2	P ₂₀	P ₂₁	0
物件 3	P ₃₀	0	P ₃₂
物件 4	P ₄₀	0	P ₄₂
物件 5	0	P ₅₁	P ₅₂

再販価格データベースを用いて、市場全体の価格変化を表す指数（価値に重みづけられた算術平均リピートセールス指数）を計算する。指数の計算には、次の回帰モデルを用いる。

$$Y = X\beta + U \quad (2.1)$$

ここで、

Y：基準時点で取引された物件の成約価格

X：基準時点以降に取引された物件の成約価格

：リピートセールス係数（逆数が求めるリピート・セールス指数となる）

U：誤差項

まず、基準時点（ここでは時点 0 とする）において売買された物件の価格を並べたもの（ベクトル）を Y とする。Y を次のように作成する。

$$\begin{bmatrix} P_{10} \\ P_{20} \\ P_{30} \\ P_{40} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

ベクトル Y の要素は、基準時点で売買があった物件はその価格を、そうでなければ 0 を設定する。なお、価格 P の添字(n,t)は物件の識別番号(n)と時点(t)を示す。

次に、行列 X（説明変数）を次のように作成（定義）する。

³⁰ S&P/Case-Shiller Home Price Indices, Index Methodology, March 2008 を参考にして
いる。

$$X = \begin{bmatrix} P_{11} & 0 \\ P_{21} & 0 \\ 0 & P_{32} \\ 0 & P_{42} \\ -P_{51} & P_{52} \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

行列 X は T-1 行 N 列からなる。

N : 物件の数

T : 期間の数

行列 X の要素は価格もしくは 0 である。資産 n が時点 t において、再販されればその成約価格が $P_{n,t}$ として表示される。そうでなければ行列 X の要素 (n,t) はゼロである。また、基準時点に売買がなかった物件（上記の例では物件 5）の再販価格ペアのうち、最初の価格は「マイナス」とする（上記の例では、 $-P_{51}$ ）。

基準時点の売買価格ベクトル Y と基準点以降の売買価格行列 X が準備できたので、回帰係数を求める。(1)式における変数 U は誤差項のベクトルである。価値に重みづけられた算術平均指数の水準は推定された回帰係数の逆数(reciprocal)として求められる。

ところで、住宅の成約価格には観測誤差が含まれているので、説明変数となる行列 X は確率変数である。また、説明変数 X は誤差項 U と相関すると考えられるので、一貫性 (consistent) をもつ指数を得るために、操作変数推定量を用いる。

説明変数として価格データそのものを用いる。そのため、上記の多重共線性の問題を考慮する必要はない。ただし、住宅価格の特性から価格が大きいほど回帰モデルの攪乱項も大きくなるという傾向にある。この場合、攪乱項の分散が不均一となる、または、説明変数と攪乱項に相関が生じる可能性がある。これを無視して通常最小二乗法で推定を行えば、推定量が一貫性や普遍性を持たないといった問題が生じる。

この問題に対応するためには、説明変数とは相関が高く、かつ、逆に攪乱項とは相関の低い新しい変数（操作変数と呼ぶ）を導入することになる。

$$\beta = (Z'X)^{-1}Z'Y \quad (2.4)$$

ここで、Z は操作変数である。操作変数 Z はこの例では次式で与えられる。

$$Z = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}, \quad (2.5)$$

行列 Z は、説明変数の行列 X の価格を「1」に置き換えただけのものである（行列 X において負の価格は、行列 Z では「-1」と表記される）。行列 Z は、一般には N 行 T-1 列である。

操作変数推定量を用いて、この計算例の通常最小二乗の正規方程式は次式で与えられる。

$$\hat{\beta}_1^{-1} = index_1 = \frac{P_{11} + P_{21} + P_{51}}{P_{10} + P_{20} + \hat{\beta}_2 P_{52}} \quad (2.6)$$

$$\hat{\beta}_2^{-1} = index_2 = \frac{P_{32} + P_{42} + P_{52}}{P_{30} + P_{40} + \hat{\beta}_1 P_{51}}$$

最初の期間における指数の値は、時点 1 で売買されたすべての物件の価値を集計した変化に等しい（ $\hat{\beta}_2 P_{52}$ は、物件 5 の時点 2 における価格を基準時点に割り引いた価格である）。

ここで注意すべきことは、(2.6)式に示すように、各時点の指数の値は他の時点の指数の値に依存していることである。(2.6)式のモデルでは、指数は全時点同時に推定する。言い換えれば、各時点の指数の値は、他のすべての時点の指数の値に依存している³¹。

また、この計算例で求める価格指数が価値加重指数であることも示している。各時点の指数の値は、取引された物件の価値を集計した変化から求められる。また、各再販ペアはその最初の取引価格の値によって重みづけられる。価値の重みによって、ケース・シラー住宅価格指数が住宅市場の全般的な価値の変化を追従することを保証している。このように、価値加重のリピート・セールス住宅価格指数は、時価総額を加重とする株価指数と同様の指数である。両指数において、住宅や株式の市場を代表するポートフォリオを保有するならば、両指数はそのポートフォリオの集計された価値に追従する。

付録 III. 加重最小自乗法(Weighted Least Square Method, WLS)の導入

再販ペア n に対して重み w_n を適用する。

$$\hat{\beta}_1^{-1} = Index_1 = \frac{w_1 P_{11} + w_2 P_{21} + w_5 P_{51}}{w_1 P_{10} + w_2 P_{20} + w_5 \hat{\beta}_2 P_{52}}, \quad (3.1)$$

$$\hat{\beta}_2^{-1} = Index_2 = \frac{w_3 P_{32} + w_4 P_{42} + w_5 P_{52}}{w_3 P_{30} + w_4 P_{40} + w_5 \hat{\beta}_1 P_{51}}$$

(3.1)式に示すように、再販ペアに適用する重みは、それぞれの物件ごとに、そのペアをなす二つの価格に対して同じ重みを用いる。

再販の期間の違いによる誤差の不均一性を明示的に考慮するために、誤差ベクトルは次

³¹ これは、実用化する段階で指数の「更新誤差」(revision error)の原因となる。

の構造を持っていると仮定する。

$$U_n = e_{m(2)} - e_{m(1)} \quad (3.2)$$

ここで、 $e_{m(1)}$ ：再販ペア n の第 1 回目の成約価格における誤差

$e_{m(2)}$ ：再販ペア n の第 2 回目の成約価格における誤差

さらに、どの売買価格における誤差もその原因は次の 2 つであると仮定する。1) ミスプライシングの誤差 (売買時点におけるミスプライシング)、および 2) インターバルの誤差 (市場トレンドから乖離した、それぞれの物件の価格の通時的なドリフト) である。ミスプライシングの誤差は売買の当事者が不動産の価値に関して完全な情報を持っていないことが原因である。そうであれば、成約価格は売買時点における不動産価値の正確な推定値ではなくなる。また、インターバルの誤差はすでに前記で概観した理由によるものである。再販ペアの期間が長くなればなるほど、個別の住宅の価格変化は時間以外の要因 (例えば、物件の物理的な変化など) によって引き起こされる可能性が高まる。以上のことから、個々の成約価格の誤差を次のように定義する。

$$e_{nt} = h_{nt} + m_n$$

ここで、 h_{nt} ：再販ペア n のインターバルの誤差

m_n ：ミスプライシングの誤差

ミスプライシングの誤差は独立と考えられる。物件の間でも時間的にも、独立で同一の白色雑音の分布として表現することが可能である。

$$m \sim N(0, \sigma_m^2)$$

ここで、 σ_m^2 ：ミスプライシング誤差の分散

インターバルの誤差はガウシアン・ランダム・ウォークに従う。つまり、

$$\Delta h \sim N(0, \sigma_h^2)$$

インターバル誤差の分散は再販の間隔の長さに対して線形的に増加する。この結果、再販ペアのミスプライシングとインターバルの誤差の組み合わせの分散は次式で与えられる。

$$2\sigma_m^2 + I_n \sigma_h^2$$

ここで、 I_n ：ペア n の期間

価値加重の算術平均リピート・セールスモデルの誤差がこうした不均一分散構造を持つ

場合、より精度の高い指数の推定値は加重回帰モデル、

$$\beta = (Z'\Omega^{-1}X)^{-1}Z'\Omega^{-1}Y$$

ここで、 Ω ：対角行列（ペアごとのミスプライシングとインターバルの誤差分散）
 Ω は未知であるので、インターバルと価値加重算術平均リピート・セールスモデルは三段階推定法を用いて推定する。第一段階は、価値加重算術平均リピート・セールスモデルの係数を推定する。第二段階は、このモデルの残差を用いて Ω を推定する。最後に、加重回帰モデルに先に推定した $\hat{\Omega}$ を組み込んで、インターバルと価値加重算術平均リピート・セールスモデルを推定する。

再び、計算例に戻ろう。誤差分散行列の項は、ミスプライシングと不均一なインターバルの誤差の存在を制御するように、重みとして機能する。

$$\omega_n^{-1} = w_n$$

ここで、 ω_n^{-1} ：誤差分散行列 Ω の n 番目の対角要素の逆数³²

付録 ** 指数の更新誤差への対応（基準時点以後の指数の推定方法）

ここでは、米国 S&P 社のケース・シラー住宅価格指数における更新誤差への対応例を示す³³。

S&P のケース・シラー住宅価格指数の基準時点は 2000 年 1 月である。基準時点の指数の値を 100.0 としている。基準時点前のすべての指数の値は上記で紹介した方法（重みつき回帰モデル）によって同時に推定している。上記でも述べたように、推定は同時に行われる。その理由は、推定される指数の値（あるいは $\hat{\beta}_t^{-1}$ ）は他のすべての指数の値を所与とするからである。

基準時点の後は、指数の値は連鎖型加重方式(chain-weighting procedure)により推定する。そこでは指数の値は既存のすべての指数の値を用いて求め、その後のすべての指数の値とは独立に求める。基準時点以降の推定目的は、市場のトレンドについては推定の精度を保ちつつも、連鎖型加重方式によって直前に推定された指数の値に影響を受けることを

³² インターバルと価値加重をロバスト重みづけ法により補強している。この方法は異常な価格変化に対して再販ペアの影響を緩和する（価格変化の異常値は、市場の要因によるものではなく、物件の物理的な変化やデータの誤差によるものと考えられる）。価格変化が異常に大きい再販ペア（市場のトレンドに対して正負の値を取りうる）は重みを減じることによって指数値に追加される誤差を抑制することができる。

³³ S&P/Case-Shiller Home Price Indices, Index Methodology, March 2008 を引用している。

抑制することにある。

再び計算例に戻ろう。基準点以降の連鎖型加重方式は独立変数と従属変数の行列を修正することで例示できる。最初の時点の指数の値を「 $\hat{\beta}_1^{-1}$ 」とし、これは既に推定されているものとする。

ロバスト期間価値加重算術平均リピート・セールス指数モデルを推定するために用いた行列を次のように書き換えることが可能である。

$$X = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ P_{32} \\ P_{42} \\ P_{52} \end{bmatrix}, \quad Y = \begin{bmatrix} \hat{\beta}_0 P_{10} \\ \hat{\beta}_0 P_{20} \\ \hat{\beta}_0 P_{30} \\ \hat{\beta}_0 P_{40} \\ \hat{\beta}_1 P_{51} \end{bmatrix}, \quad Z = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

最初の指数の値はすでに推定されているので、ベクトル X とベクトル Z の最初の指数の値に対応する列は省略することができる。加重回帰モデルを用いた、第二時点の指数の値

「 $\hat{\beta}_2^{-1}$ 」に関する正規方程式は次式で与えられる。

$$\hat{\beta}_2^{-1} = Index_2 = \frac{w_3 P_{32} + w_4 P_{42} + w_5 P_{52}}{w_3 \hat{\beta}_0 P_{30} + w_4 \hat{\beta}_0 P_{40} + w_5 \hat{\beta}_1 P_{51}}$$

さらに、同時指数推定法に関しては、第二時点に関する指数の水準は、第二時点で取引されたすべての物件の価値の（基準時点からの）変化を集計したものに等しい（ $\hat{\beta}_1 P_{51}$ は、基準時点に割り引かれた、物件 5 の第 1 番目の価格である。また、定義により $\hat{\beta}_0 = 1.0$ ）。ただし、ロバストな期間加重が各価格ペアに付加される。ということで、基準点以降の指数推定の例は次のように一般化される。

$$Index_t = \frac{\sum_{n \in t} w_n P_{n\tau(2,n)}}{\sum_{n \in t} w_n P_{n\tau(1,n)} / Index_{\tau(1,n)}}$$

ここで、 $\tau(2,n)$ ：二番目の取引の時点

$\tau(1,n)$ ：一番目の取引の時点

$n \in t$ ：時点 t における二番目の取引をもつ再販価格ペアの集合

最後に、3 ヶ月移動平均指数を計算するために、第 n 番目の再販価格ペアが上記の公式に用いられる。それはあたかも、同じ重み w_n をもつ 3 つの再販価格ペア ($\tau(1, n)$ 時点と $\tau(2, n)$ 時点に n_1 、 $\tau(1, n)+1$ 時点と $\tau(2, n)+1$ 時点に n_2 、および $\tau(1, n)+2$ 時点と $\tau(2, n)+2$ 時点に n_3 があるようなものとして考えることになる。

< 問い合わせ先 >

早稲田大学国際不動産研究所

〒103-0027 中央区日本橋 1-4-1

日本橋一丁目ビル 5 階

E-mail : waseda@cire-research.org